



**HAL**  
open science

# Synthèse de contrôleurs prédictifs auto-adaptatifs pour l'optimisation des performances des systèmes

Marwa Turki

► **To cite this version:**

Marwa Turki. Synthèse de contrôleurs prédictifs auto-adaptatifs pour l'optimisation des performances des systèmes. Automatique / Robotique. Normandie Université, 2018. Français. NNT : 2018NORMR064 . tel-02408037v2

**HAL Id: tel-02408037**

**<https://normandie-univ.hal.science/tel-02408037v2>**

Submitted on 13 Oct 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

## THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité AUTOMATIQUE, SIGNAL, PRODUCTIQUE, ROBOTIQUE

Préparée au sein de l'Université de Rouen Normandie

### Synthèse de contrôleurs prédictifs auto-adaptatifs pour l'optimisation des performances des systèmes

Présentée et soutenue par  
**Marwa TURKI**

Thèse soutenue publiquement le 12-10-2018  
devant le jury composé de

M. Hervé GUÉGUEN	Professeur, Centrale SUPELEC Rennes	Rapporteur
M. Sami OTHMAN	Maître de conférences HDR, Université Claude Bernard Lyon 1	Rapporteur
M. Frank ALLGÖWER	Professeur, Université de Stuttgart	Examineur
Mme. Estelle COURTIAL	Maître de conférences, Université d'Orléans	Examinatrice
Mme. Isabelle QUEINNEC	Directrice de recherche, CNRS Toulouse	Présidente
M. Adnan YASSINE	Professeur, Université Le Havre Normandie	Codirecteur de thèse
M. Nicolas LANGLOIS	Enseignant-Chercheur HDR, IRSEEM ESIGELEC Rouen	Directeur de thèse

Thèse dirigée par : Nicolas LANGLOIS, IRSEEM EA 4353 - ESIGELEC  
et Adnan YASSINE, LMAH EA 3821 – FR CNRS 3335 - ISEL





*À mes chers parents Fatma et Fadhel  
À mon chère mari Badreddine  
À la mémoire de ma grand mère Douja  
À tous ceux que j'aime.*

# AVANT-PROPOS

C'est avec un grand plaisir que je réserve ces quelques lignes en signe de gratitude et de profonde reconnaissance à toutes celles et ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réussite de mes travaux de thèse effectués au sein du Pôle Automatique et Systèmes (A & S) de l'Institut de Recherche en Systèmes Électroniques EMbarqués (IRSEEM) de l'ESIGELEC Rouen, France.

Je tiens à exprimer ma très vive reconnaissance envers Monsieur Nicolas LANGLOIS, Enseignant-Chercheur HDR, directeur de la formation par la recherche et responsable du pôle A& S, mon directeur de thèse, pour ses qualités pédagogiques et scientifiques, pour ses couragements incessants ainsi que pour pour m'avoir accordé sa confiance durant ces trois années de thèse. Ses conseils et son aide ont été les plus utiles pour l'aboutissement de ce travail. J'exprime aussi ma gratitude à Monsieur Adnan YASSINE, Professeur des Universités à l'Université Le Havre Normandie et directeur délégué à la Recherche au sein de l'Institut Supérieur d'Etudes Logistiques (ISEL), d'avoir accepté de codiriger cette thèse.

J'adresse toute ma reconnaissance à Monsieur Hervé GUÉGUEN, Professeur à Centrale SUPELEC de Rennes et Monsieur Sami OTHMAN, Maître de conférences HDR à l'Université Claude Bernard Lyon 1 d'avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux. Je les remercie vivement de leur lecture approfondie de mon mémoire et leurs remarques constructives et enrichissantes.

Je remercie profondément Monsieur Frank ALLGÖWER, Professeur à l'Université de Stuttgart (Allemagne) qui a accepté de faire le déplacement pour assister à ma soutenance, Madame Isabelle QUEINNEC, Directrice de Recherche CNRS à Toulouse et Madame Estelle COURTIAL, Maître de conférences de l'Université d'Orléans, d'avoir accepté avec grand plaisir de participer à ce jury et d'examiner ce travail. Leur lecture approfondie, leurs remarques et interrogations judicieuses m'ont

été très précieuses.

Mes remerciements s'adressent à tous les membres de l'IRSEEM, plus particulièrement à Monsieur Ghaleb HOBLOS, Chef du département Génie Electrique et Energie au sein de l'ESIGELEC de m'avoir permis d'enseigner au sein de sa dominante Automatique et Robotique Industrielle.

Je suis reconnaissante envers mes amis et collègues de l'IRSEEM pour qui j'ai beaucoup d'amitié. Je les remercie pour leur amicale présence et pour la sympathie qu'ils m'ont constamment témoignée. Je leur exprime ici toute ma gratitude.

Enfin, J'exprime ma profonde gratitude à mes parents, à mes chères sœurs, leurs familles et leurs enfants, à mon grand amour, mon mari, la couleur de ma vie et mon ami. Je lui dédie le plus beau de mes plus belles idées et tous mes succès.

À tous ceux que j'aime, merci !

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Glossaire</b>	<b>xii</b>
<b>Publications de l'auteur</b>	<b>xvi</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>

## Chapitre 1

### État de l'art sur la commande prédictive

1.1	Introduction . . . . .	6
1.2	Présentation de la commande prédictive . . . . .	6
1.2.1	Historique . . . . .	6
1.2.2	Principe . . . . .	8
1.2.3	Domaines d'application . . . . .	9
1.2.4	Choix des paramètres . . . . .	9
1.3	État de l'art sur les approches de réglage de la commande prédictive . . . . .	10
1.3.1	Les approches expérimentales . . . . .	11
1.3.2	Les approches heuristiques . . . . .	11
1.3.3	Les approches analytiques . . . . .	16
1.4	Formulation de la commande prédictive . . . . .	16
1.4.1	Représentation d'état augmentée à temps discret . . . . .	16
1.4.2	Fomulation de la commande prédictive à base d'état en absence des contraintes	18
1.4.3	Formulation de la commande prédictive à base d'état en présence de contraintes	20
	Contraintes sur les incréments de commande . . . . .	21

Contraintes sur l'amplitude des entrées de commande . . . . .	21
Contraintes sur les sorties . . . . .	22
Formulation des contraintes . . . . .	23
Activation des contraintes . . . . .	24
Application numérique . . . . .	25
1.5 Critères de performances considérés . . . . .	26
1.6 Conclusion . . . . .	27

<p><b>Chapitre 2</b></p> <p><b>Proposition d'une approche de réglage heuristique de la commande prédictive</b></p>
--

2.1 Introduction . . . . .	29
2.2 Intégration de la pondération exponentielle . . . . .	29
2.2.1 Définition du conditionnement d'une matrice . . . . .	29
2.2.2 Amélioration du conditionnement de la matrice Hessienne . . . . .	30
2.2.3 Formulation de la fonction coût à pondération exponentielle . . . . .	30
2.2.4 Formulation de la loi de commande prédictive à pondération exponentielle . . . . .	31
2.2.5 Choix de la pondération exponentielle . . . . .	32
2.2.6 Intérêts de la pondération exponentielle décroissante . . . . .	33
Amélioration du conditionnement de $H$ . . . . .	33
Garantie de la stabilité asymptotique . . . . .	33
2.3 Proposition d'une approche heuristique . . . . .	35
2.3.1 Stratégie de réglage proposée . . . . .	35
2.4 Applications numériques . . . . .	37
2.4.1 Application à un système SISO . . . . .	37
2.4.2 Application à un système MIMO . . . . .	40
2.5 Conclusion . . . . .	43

<p><b>Chapitre 3</b></p> <p><b>Proposition d'une approche de réglage adaptative de la commande prédictive</b></p>
---

3.1 Introduction . . . . .	47
3.2 Stratégie de réglage proposée dans le cas des systèmes linéaires . . . . .	47
3.2.1 Détermination analytique de $N_c$ . . . . .	47
Relation entre le concept du rang effectif et $N_c$ . . . . .	48
Relation entre $N_c^{red}$ et $N_c^{opt}$ . . . . .	50
Application numérique . . . . .	51
3.2.2 Détermination analytique de $N_p$ . . . . .	52
Détermination analytique de $N_p$ en absence de contraintes . . . . .	52
Détermination analytique de $N_p$ en présence de contraintes . . . . .	59
Application numérique . . . . .	62
3.2.3 Détermination analytique du facteur de pondération . . . . .	64



	Existence de la matrice Hessienne . . . . .	64
	Application numérique . . . . .	66
3.2.4	Algorithme d'adaptation paramétrique proposé . . . . .	68
3.2.5	Application numérique à un système LTV . . . . .	68
3.3	Stratégie de réglage proposée dans le cas des systèmes non linéaires . . . . .	74
3.3.1	Modélisation T-S des systèmes non linéaires . . . . .	74
	Principe de la modélisation T-S . . . . .	74
	Représentation d'état d'un modèle T-S . . . . .	74
	Nomenclature de la modélisation T-S . . . . .	76
	Approches d'obtention d'un modèle T-S . . . . .	77
	Exemple d'obtention d'un modèle T-S . . . . .	78
3.3.2	Stabilité des systèmes T-S . . . . .	81
3.3.3	Stabilisation des systèmes T-S . . . . .	84
3.3.4	Synthèse d'une commande prédictive basée sur des modèles T-S (TSMPC) . . . . .	85
	Exemple d'illustration . . . . .	85
	Estimation d'état pour la synthèse de la TSMPC . . . . .	87
3.3.5	Synthèse d'une commande prédictive adaptative basée sur des modèles T-S (ATSMPC) . . . . .	92
3.4	Conclusion . . . . .	92

<b>Chapitre 4</b>
-------------------

<b>Application de l'ATSMPC au circuit d'air du moteur Diesel</b>
--

4.1	Introduction . . . . .	95
4.2	Le moteur Diesel . . . . .	95
	Principe de fonctionnement d'un moteur Diesel . . . . .	96
	Émissions polluantes et influence sur le contrôle moteur . . . . .	98
	Le système d'admission d'air . . . . .	99
4.3	Modélisation du système DEAP . . . . .	102
4.3.1	Etat de l'art sur la modélisation du moteur Diesel . . . . .	102
4.3.2	Modèle complet du Système DEAP . . . . .	103
	Modélisation de l'admission . . . . .	103
	Modélisation de l'échappement . . . . .	105
	Modélisation du turbocompresseur . . . . .	105
4.3.3	Modèle réduit du Système DEAP . . . . .	106
4.3.4	Modèle T-S du Système DEAP . . . . .	107
4.4	Etat de l'art sur le contrôle moteur . . . . .	115
4.4.1	Commande intelligente . . . . .	116
4.4.2	Commande par modes glissants . . . . .	116
4.4.3	Commande optimale . . . . .	117
4.4.4	Problématique du contrôle considérée . . . . .	118

4.5	Application de l'ATSMPC au système DEAP . . . . .	119
4.6	Conclusion . . . . .	131
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>132</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>135</b>
	<b>Annexes</b>	<b>156</b>

# LISTE DES FIGURES

1.1	Principe de la commande prédictive [Cazy, 2016] . . . . .	8
2.1	Logigramme de l'approche CNAMPC [Turki <i>et al.</i> , 2017b] . . . . .	36
2.2	Évolution des signaux de sortie $y$ et de commande $u$ en fonction du temps . . . . .	39
2.3	Évolution de la sortie $y_1$ en fonction du temps . . . . .	40
2.4	Évolution de la sortie $y_2$ en fonction du temps . . . . .	41
2.5	Évolution de la commande $u_1$ en fonction du temps . . . . .	41
2.6	Évolution de la commande $u_2$ en fonction du temps . . . . .	42
3.1	Principe de réglage proposé pour $N_c$ [Turki <i>et al.</i> , 2017a]. . . . .	48
3.2	Relation entre $N_c^{red}$ et $N_c^{opt}$ . . . . .	51
3.3	Représentation d'état du contrôleur prédictif à temps discret [Wang, 2009]. . . . .	53
3.4	Logigramme proposé pour le réglage analytique des paramètres de la MPC. . . . .	67
3.5	Évolution de $J_n(t)$ et $Y_{des}$ en fonction du temps . . . . .	69
3.6	Structure de contrôle proposée . . . . .	70
3.7	Variation des paramètres de la MPC de 0s à 16s en fonction du temps (a) approche proposée (b) approche proposée par [Mamboundou et Langlois, 2011] . . . . .	71
3.8	Évolution des sorties du moteur en fonction du temps . . . . .	72
3.9	Évolution des signaux de commande en fonction du temps . . . . .	73
3.10	Configuration d'un drone convertible de type QTW [Benkhoud et Bouallègue, 2016]. . . . .	79
3.11	Validation du modèle T-S. . . . .	82
3.12	Principe de la loi de commande prédictive par interpolation appliqué à un système T-S. . . . .	86
3.13	Évolution des signaux de sortie en fonction du temps . . . . .	89
3.14	Évolution des signaux de commande en fonction du temps . . . . .	90
3.15	Évolution des fonctions d'activation en fonction du temps . . . . .	91

3.16	Concept proposé de l'ATSMPC. . . . .	93
4.1	Architecture mécanique d'un moteur Diesel à 4 temps [Grondin, 2004, Arnold, 2007]. . . . .	96
4.2	Cycle de fonctionnement d'un moteur Diesel à 4 temps [source : TPE moteurs]. . . . .	97
4.3	Représentation d'EGR à haute pression refroidie [Grondin, 2004]. . . . .	100
4.4	Position des ailettes d'un VGT [Nagoudi-Layerle, 2011]. . . . .	101
4.5	Validation du modèle T-S du système DEAP. . . . .	112
4.6	Évolution des fonctions d'activation en fonction du temps. . . . .	113
4.7	Principe de contrôle du moteur Diesel [Ben Hamouda, 2015] . . . . .	115
4.8	Variations des émissions de $NO_x$ et de fumées en fonction du taux d'EGR [Stefanopoulou <i>et al.</i> , 2000, Omran, 2007] . . . . .	119
4.9	Structure de contrôle proposée . . . . .	121
4.10	Évolution du critère activ en présence du défaut système. . . . .	123
4.11	Évolution des horizons de la MPC selon ATSMPC . . . . .	124
4.12	Évolution des facteurs de pondération de la MPC selon ATSMPC . . . . .	125
4.13	Évolution des fonctions d'activation en fonction du temps. . . . .	127
4.14	Évolution du débit d'air dans le compresseur en fonction du temps. . . . .	127
4.15	Évolution de la pression de gaz dans le collecteur d'échappement en fonction du temps. . . . .	128
4.16	Évolution du débit de gaz dans la vanne EGR en fonction du temps. . . . .	129
4.17	Évolution du débit de gaz dans la turbine VGT en fonction du temps. . . . .	130

# LISTE DES TABLEAUX

2.1 Évolution du conditionnement de la matrice Hessienne $H$ en fonction de la pondération exponentielle choisie [Wang, 2009] . . . . .	34
2.2 Techniques de calcul des paramètres de la MPC . . . . .	38
2.3 Paramètres de la MPC utilisés dans le cas SISO . . . . .	38
2.4 Performances obtenues du système SISO du premier ordre . . . . .	38
2.5 Paramètres de la MPC utilisés dans le cas MIMO . . . . .	40
2.6 Comparaison des performances relatives à $y_1$ . . . . .	42
2.7 Comparaison des performances relatives à $y_2$ . . . . .	42
3.1 Comparaison des performances des méthodes d'optimisation de la MPC . . . . .	70
3.2 Paramètres physiques du QTW considéré. . . . .	86
3.3 Paramètres utilisés dans la synthèse de la TSMPC . . . . .	87
3.4 Comparaison des performances relatives à $y_1$ . . . . .	88
3.5 Comparaison des performances relatives à $y_2$ . . . . .	88
3.6 Comparaison des performances relatives à $y_3$ . . . . .	88
4.1 Nomenclature des variables du modèle complet de moteur Diesel [Dabo, 2010] . . . . .	114
4.2 Valeurs numériques des paramètres du DEAP [Ben Hamouda <i>et al.</i> , 2013] . . . . .	121
4.3 Valeurs de consignes utilisées en simulation [Nagoudi-Layerle, 2011] . . . . .	122
4.4 Paramètres de la MPC selon CNAMPC [Turki <i>et al.</i> , 2017b] . . . . .	122
4.5 Paramètres de la MPC selon FMPC [Ben Hamouda <i>et al.</i> , 2016] . . . . .	123
4.6 Comparaison des performances du DEAP relatives à $y_1 = W_c$ . . . . .	126
4.7 Comparaison des performances du DEAP relatives à $y_2 = p_2$ . . . . .	126

# GLOSSAIRE

## Acronymes et abréviations

<b>A</b>	ANOVA	Analyse de la variance (ANalysis Of VAriance)
	ARMA	Auto Regressive Moving Average
<b>B</b>	BMI	Inégalité(s) matricielle(s) bilinéaire(s) (Bilinear Matrix Inequality)
<b>C</b>	CSE	Énergie du signal de commande (Control Signal Energy)
	CEE	Énergie de l'effort du signal de commande (Control Effort Energy)
	CNAMPC	Cartographie Non Adaptative des paramètres de la MPC
	CRT	Continuously Regenerating Technology
<b>D</b>	DEAP	Circuit d'air du moteur Diesel (Diesel Engine Air Path)
	DMC	Dynamic Matrix Control
<b>E</b>	EGR	Vanne de recirculation des gaz d'échappement (Exhaust Gas Recirculation)
	ER	Rang effectif (Effective Rank)
	EHAC	Extended Horizon Adaptive Control
	EPSAC	Extended Prediction Self Adaptive Control
	ES	Extremum Seeking
<b>F</b>	FMPC	Contrôleur tolérant aux défauts basé sur la commande prédictive floue de type T-S (fault tolerant Fuzzy-Model-Predictive Control)
	FOPDT	Système du premier ordre avec retard (First Order Plus Dead Time)
<b>G</b>	GPC	Generalized Predictive Control
<b>I</b>	IAE	Integral of Absolute Error
<b>L</b>	LMI	Inégalité(s) matricielle(s) linéaire(s) (Linear Matrix(ces) Inequality(ies))
	LTI	Linéaire invariant dans le temps (Linear Time Invariant)

LTV	Linéaire variant dans le temps (Linear Time Varying)
LQR	Régulateur quadratique linéaire (Linear Quadratique Regulator)
LQG	Linear Quadratic Gaussian
<b>M</b> MIMO	Multi-entrées multi-sorties (Multi-Input Multi-Output)
MPC	Commande prédictive à base de modèle (Model Predictive Controller)
CNAMPC	approche Cartographie Non Adaptative des paramètres de la MPC
MTE	Moyenne de l'erreur de poursuite (Mean Tracking Error)
MPHD	Model Predictive Heuristic Control
MAC	Model Algorithmic Control
MUSMUR	MUlti Step Multivariable Adaptive Control
MOEA	Multi-Objective Evolutionary Algorithm
<b>N</b> NARX	Nonlinear AutoRegressive model with an eXternal input
<b>O</b> OV	Dépassement (Overshoot)
<b>P</b> PCA	Analyse des composantes principales (Principal Component Analysis)
PDC	Parallel Distributed Compensation
PMH	Point Mort Haut
PMB	Point Mort Bas
PFC	Predictive Functional Control
<b>Q</b> QP	Programmation quadratique (Quadratic Programming)
QTW	Quad Tilt Wing
Quasi-LPV	Quasi linéaire à paramètres variables (quasi-Linear Parameter Varying)
<b>R</b> RLS	Méthode des moindres carrés récursifs (Recursive least squares)
RT	Temps de montée (Rise Time)
RPN	Robust Performance Number
<b>S</b> SISO	Mono-entrée mono-sortie (Single-Input Single-Output)
SDI	Index de degré de stabilité (Stability Degree Index)
SVD	Décomposition en valeurs singulières (Decomposition of Singular Values)
ST	Temps de réponse (Settling Time)
SDP	SemiDefinite Programming
SOPDT	Système du second ordre avec retard (Second Order Plus Dead Time)
<b>T</b> T-S	Takagi-Sugeno
TE	Tracking Error
<b>U</b> UAV	Unmanned Aerial Vehicle
UPC	Unified Predictive Control
<b>V</b> VARU	VARiance du signal de commande (VARiance of control signal)

VGT	Turbocompresseur à géométrie variable (Variable Geometry Turbocharger)
VPM	Variables de Prémisse Mesurables
VPNM	Variables de Prémisse Non Mesurables
VTOL	Vertical TakeOff and Landing

## Symboles et notations

$x(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_1}$	Vecteur d'état
$u(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_{in}}$	Vecteur de commande
$y(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_{out}}$	Vecteur de sortie
$A \in \mathbb{R}^{n_{etat} \times n_{etat}}$	Matrice d'état
$B \in \mathbb{R}^{n_{etat} \times n_{in}}$	Matrice d'entrée
$C \in \mathbb{R}^{n_{out} \times n_{etat}}$	Matrice de sortie
$A_m \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$	Matrice d'état initiale
$B_m \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_{in}}$	Matrice d'entrée initiale
$C_m \in \mathbb{R}^{n_{out} \times n_1}$	Matrice de sortie initiale
$\Delta U$	Vecteur de commande incrémentale
$Y_{des}$	Vecteur des trajectoires de sortie désirées
$\bar{R}$	Matrice de pondération du vecteur $\Delta U$
$\hat{Y}$	Vecteur des sorties prédites
$F$	Matrice de pondération du vecteur $x$ dans l'équation de prédiction
$\Phi$	Matrice de pondération du vecteur $\Delta U$ dans l'équation de prédiction
$J$	Fonction coût de la MPC
$H$	Matrice Hessienne
$M_{cons}$	Matrice pondérant $\Delta u$ dans l'inéquation des contraintes
$\eta_{cons}$	Vecteur multiplicateur de Lagrange
$\gamma_{cons}$	Vecteur supérieur ou égal au produit $M_{cons} \Delta u$
$K_{mpc}$	Vecteur de gain de commande par retour d'état
$K_y$	Vecteur de gain de rétroaction liée à la sortie
$K_{cons}$	Vecteur de gain de commande liée aux contraintes
$A_{cl}$	Matrice d'état en boucle fermée
$N_c$	Horizon de commande
$N_p$	Horizon de prédiction
$\lambda$	Facteur de pondération
$v^{max}$	Valeur propre maximale de $A_{cl}$
$v^{min}$	Valeur propre minimale de $A_{cl}$



$\sigma^{max}$	Valeur singulière maximale de $H$
$\sigma^{min}$	Valeur singulière minimale de $H$
$cond(H)$	Conditionnement de la matrice Hessienne
$\theta(\cdot)$	Variable de prémisses
$\ \cdot\ _1$	norme 1
$\ \cdot\ _2$	norme 2
$CO_2$	Dioxyde de carbone
$NO_x$	Oxydes d'azote

# PUBLICATIONS DE L'AUTEUR

## **Revue internationale avec comité de lecture**

- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "An Adaptive Model Predictive Controller Tuning Approach : Application to a Nonlinear Diesel Engine Air Path". Soumis à *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part : Journal of Systems and Control Engineering*, SAGE Publications Sage UK : London, England 2018.

## **Conférences internationales avec actes et comité de lecture**

- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "An analytical tuning approach for adaptive MPC parameters applied to LTV SISO systems". *American Control Conference (ACC)*, pages 1534–1539, Milwaukee, USA, Juin 27-29, 2018.
- TURKI Marwa, BENKHOUD Khaled, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "Analytical tuning of a TSMPC dedicated to nonlinear MIMO systems". *17th annual European Control Conference (ECC)*, pages 1367–1372, Limassol, Chypre, Juin 12-15, 2018.
- TURKI Marwa, OUKKACHA Ismail, LANGLOIS Nicolas, YASSINE Adnan et CAMARA Mamadou Baïlo. "A new tuning approach for MPC applied to a disturbed DC motor". *5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, pages 575–580, IEEE. Thessaloniki, Grèce, Avril 10-13, 2018.

- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "A tuning approach for constrained MPC : Nominal stability ensured and energy consumption optimized". *5th IEEE Conference on Systems, Process and Control (ICSPC)*, pages 1–6, IEEE. Malacca, Malaysia, Décembre 15-17, 2017 **(Best Paper Award)**.
  
- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "An analytical tuning of MPC control horizon using the Hessian condition number". *14th International Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD)*, Bucharest, Roumanie, Novembre 16-17, 2017.
  
- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "A practical tuning approach for multivariable model predictive control". *13th IEEE International Conference on Control & Automation (ICCA)*, pages 1107–1112, IEEE. Ohrid, Macédoine, Juillet 3-6, 2017.

### **Communications Orales**

- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "An analytical tuning approach for adaptive MPC parameters applied to LTV SISO systems". *GT Commande Prédictive Non linéaire du GDR MACS*, ONERA, Châtillon, France, 04 Juin 2018.
  
- TURKI Marwa, BENKHOUD Khaled, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "Comparative study between two Tuning MPC approaches : Application to a simulated QTW UAV". *GT Commande Prédictive Non linéaire du GDR MACS*, ONERA, Châtillon, France, 04 Juin 2018.
  
- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas et YASSINE Adnan. "Synthèse de contrôleurs auto-adaptatifs pour l'optimisation des performances d'un système à sources d'énergie multiples". *Communication orale interne Journée des Doctorants de l'IRSEEM (JDD)*, Rouen, France, 30 Novembre 2017.

### **Poster**

- TURKI Marwa, LANGLOIS Nicolas, et YASSINE Adnan. "Contribution au réglage d'un contrôleur prédictif pour l'optimisation des performances d'un système à sources d'énergie multiples". *Journée des Doctorants de l'IRSEEM (JDD)*, Rouen, France, 08 Juin 2016.

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

La demande en commande automatique est de plus en plus présente dans l'industrie. En effet, les lois de commande ont considérablement évolué depuis plusieurs décennies dans le but d'augmenter la productivité et de répondre aux exigences des performances des procédés. Ces derniers sont généralement de nature dynamique, non linéaires et de dimensions variées. Toutefois, le choix d'utiliser une loi de commande plus qu'une autre dépend fortement des informations disponibles sur le système à contrôler, de la présence ou non de contraintes, de la complexité mathématique liée à l'intégration d'une loi de commande et bien évidemment à l'accessibilité des ressources nécessaires, qu'elles soient informatiques ou électroniques, pour l'implémentation de la commande. Dans nos travaux de thèse, nous nous intéressons à la commande prédictive à base d'états. Nous considérons le contrôle des systèmes linéaires et non linéaires à paramètres variables ou non. Nous considérons aussi la disponibilité des modèles mathématiques des systèmes étudiés.

En raison des variations paramétriques ou d'éventuels défauts instantanés pouvant affecter le système à contrôler, nous nous intéresserons à la synthèse d'une commande prédictive adaptative. Une loi de commande sera dite adaptative si soit ses propres paramètres soit ceux du modèle mathématique du système à contrôler sont mis à jour d'une manière automatique afin de maintenir les performances désirées. Avant d'aller plus loin, il est important de rappeler que la commande prédictive possède souvent trois paramètres à régler qui sont : l'horizon de commande, l'horizon de prédiction et le facteur de pondération. Ces paramètres influencent d'une manière significative le comportement du système en boucle fermée, notamment, en termes de stabilité, rapidité et précision entre la sortie prédite et la référence. Leurs valeurs doivent être donc méticuleusement choisies.

Dans la littérature, il existe plusieurs stratégies de réglage des paramètres de la commande prédictive. D'une part, la plupart des stratégies existantes sont de caractère heuristique, ce qui nécessite un temps de calcul souvent considérable, et rend leurs implémentations en ligne compliquées. D'autre part, aucune des méthodes publiées ne traite le cas général du procédé à commander. En effet, elles

traitent souvent le cas d'un système du premier ordre avec retard (en anglais First Order Plus Dead Time ou FOPDT) ou du second ordre. Toujours dans les stratégies de réglage, d'autres méthodes visent à déterminer les paramètres de la commande prédictive dans le cas d'un système mono-entrée mono-sortie (en anglais Single-Input Single-Output ou SISO) tandis que leurs extensions aux systèmes multi-entrées multi-sorties (en anglais Multi-Input Multi-Output ou MIMO) pourraient être compliquées.

À partir d'un état de l'art sur la commande prédictive, nous allons montrer qu'aucune approche de réglage ne satisfait simultanément à toutes les propriétés suivantes :

1. Applicabilité aux systèmes linéaires comme non linéaires.
2. Applicabilité aux systèmes multivariables.
3. Applicabilité aux systèmes linéaires multivariables variant dans le temps (en anglais Linear Time Varying ou LTV).
4. Prise en compte des contraintes.
5. Mise à jour en ligne des paramètres du contrôleur prédictif.
6. Réglage simultané des trois paramètres.

L'objectif de nos travaux de recherche est de pallier cette absence. Notre contribution majeure consiste à proposer une approche à caractère analytique pour le réglage des paramètres de la MPC afin qu'elle soit applicable à tout système MIMO non linéaire, commandable, observable et décrit par un modèle Takagi-Sugeno (ou T-S). En effet, la technique de modélisation T-S sera employée dans ce manuscrit non pas dans un but de modélisation mais plutôt de commande. L'originalité de ces travaux de thèse concerne principalement la synthèse d'un contrôleur prédictif auto-adaptatif à base de modèle d'état à temps discret. La détermination des paramètres ne garantit pas seulement la stabilité optimale en boucle fermée du système à contrôler mais en plus, la stabilité numérique de ce dernier.

L'action de distinguer si un procédé atteint ou non les performances souhaitées peut être établie de plusieurs façons. Dans le but d'éviter un jugement subjectif du comportement des systèmes étudiés, nous quantifierons ses performances au travers de critères communément utilisés. Ainsi, un système sera évalué fonctionner d'une manière satisfaisante si ses performances respectent les exigences chiffrées d'un cahier des charges.

Les résultats des travaux obtenus à l'issue de ces trois années de thèse [Turki *et al.*, 2017b], [Turki *et al.*, 2017c], [Turki *et al.*, 2017a], [Turki *et al.*, 2018b], [Turki *et al.*, 2018a] et [Turki *et al.*, 2018c] seront présentés dans ce mémoire qui est, à son tour, composé de quatre chapitre comme suit :

Le **premier chapitre** est le chapitre introductif. Dans un premier temps, il présentera un état de l'art sur la commande prédictive, son historique et ses différents domaines d'application. Dans un deuxième temps, la problématique du réglage liée à la MPC et les motivations qui ont conduits à la synthèse d'une loi de commande prédictive optimale et adaptative seront exposées. Dans un troisième temps, la loi de commande considérée à base de modèle d'état à temps discret sera formulée en détails. Deux cas se présenteront :

- La commande prédictive sans contrainte
- La commande prédictive avec contraintes

Le **deuxième chapitre** sera consacré à la proposition d'une approche heuristique de réglage des paramètres de la commande prédictive dont les caractéristiques sont d'être hors ligne et applicable aux systèmes SISO et MIMO observables et commandables sans contraintes. Les paramètres de la MPC seront retenus de telle manière qu'ils assurent un compromis des performances désirées en termes de stabilité en boucle fermée, de rapidité et de précision. La pondération exponentielle décroissante sera intégrée dans la formulation de la MPC afin d'améliorer la stabilité numérique du processus à commander. A la fin de ce chapitre, nous considérerons deux applications numériques. L'unique finalité de cette approche sera de permettre une étude comparative des performances obtenues avec l'approche de réglage analytique, contribution majeure de nos travaux de recherche.

Le **troisième chapitre** sera dédié à la présentation d'une approche analytique pour le réglage des paramètres de la MPC. Au début, nous aborderons en détails la détermination analytique de chacun des paramètres de la MPC dans le cas où les contraintes d'inégalité linéaires sont présentes ou non. Cette détermination sera basée sur le souhait d'atteindre des performances désirées, telles que la garantie d'une stabilisation numérique du processus, la minimisation de l'énergie consommée lors de la poursuite d'une trajectoire de référence, l'amélioration de la précision et la garantie d'une charge de calcul minimale. Un logigramme reprenant les différentes étapes de calculs de l'approche adaptative sera présenté par la suite. Une application sur un système LTV sera introduite afin de prouver l'intérêt et la pertinence de notre approche. Ensuite, nous détaillerons la structure T-S dans la deuxième partie du troisième chapitre en tant que technique de modélisation représentative et de contrôle. Cette technique permet l'écriture d'un système non linéaire sous forme quasi-LPV et peut représenter exactement le comportement de ce dernier en adaptant l'approche d'obtention d'un modèle T-S par secteurs non linéaires. La structure T-S sera donc utilisée dans ce manuscrit dans le but d'étendre l'approche analytique proposée pour le réglage de la commande prédictive aux systèmes non linéaires décrits à l'aide d'un modèle T-S.

Dans le **quatrième chapitre**, nous étendrons l'approche analytique de réglage des paramètres de la MPC présentée dans le troisième chapitre afin qu'elle puisse être applicable en ligne. Comme illustration numérique, nous avons choisi de contrôler le circuit d'air du moteur Diesel (en anglais Diesel Engine Air Path ou DEAP). Cette application est bien répandue dans la littérature. En effet, la problématique du contrôle des moteurs Diesel revient à synthétiser les lois de commande adéquates pour assurer le suivi des signaux de référence, optimiser le rendement du moteur Diesel et garantir son bon fonctionnement (consommation de carburant minimale, émission de polluants réduite, réponse adaptée aux exigences du conducteur). Pour ce faire, nous considérerons deux actionneurs : la vanne de recirculation des gaz d'échappement (en anglais Exhaust Gas Recirculation ou EGR) et le turbocompresseur à géométrie variable (en anglais Variable Geometry Turbine ou VGR). Un défaut système instantané sera provoqué afin de montrer l'intérêt de la mise à jour des paramètres de la MPC.

Enfin, nous concluons le mémoire en résumant le travail effectué et les résultats obtenus ainsi que les différentes limitations des approches développées de réglage de la MPC. Des perspectives envisageables ainsi que trois annexes seront également ajoutées et parachèvent ce manuscrit.

## CHAPITRE

# 1

# ÉTAT DE L'ART SUR LA COMMANDE PRÉDICTIVE

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Présentation de la commande prédictive</b> . . . . .	<b>6</b>
1.2.1	Historique . . . . .	6
1.2.2	Principe . . . . .	8
1.2.3	Domaines d'application . . . . .	9
1.2.4	Choix des paramètres . . . . .	9
<b>1.3</b>	<b>État de l'art sur les approches de réglage de la commande prédictive</b> . . . . .	<b>10</b>
1.3.1	Les approches expérimentales . . . . .	11
1.3.2	Les approches heuristiques . . . . .	11
1.3.3	Les approches analytiques . . . . .	16
<b>1.4</b>	<b>Formulation de la commande prédictive</b> . . . . .	<b>16</b>
1.4.1	Représentation d'état augmentée à temps discret . . . . .	16
1.4.2	Formulation de la commande prédictive à base d'état en absence des contraintes	18
1.4.3	Formulation de la commande prédictive à base d'état en présence de contraintes	20
	Contraintes sur les incréments de commande . . . . .	21
	Contraintes sur l'amplitude des entrées de commande . . . . .	21
	Contraintes sur les sorties . . . . .	22
	Formulation des contraintes . . . . .	23
	Activation des contraintes . . . . .	24
	Application numérique . . . . .	25

<b>1.5 Critères de performances considérés</b>	<b>26</b>
<b>1.6 Conclusion</b>	<b>27</b>

---



## 1.1 Introduction

La volonté constante d'améliorer le comportement des systèmes industriels a conduit les chercheurs à développer des lois de commande de plus en plus complexes et exigeantes en termes de temps de calcul. La commande prédictive est considérée comme l'une des techniques avancées de contrôle de ces systèmes. Elle requiert la connaissance d'un modèle dynamique du procédé afin d'en anticiper le comportement futur. D'où son appellation Commande Prédictive à base de Modèle (en anglais Model Predictive Control ou MPC). Le choix de la commande prédictive est fait grâce à ces avantages majeurs :

- sa possibilité de prendre en compte les contraintes sur les entrées de commande et les sorties,
- son aptitude à contrôler les systèmes multivariables linéaires ou non,
- sa capacité à optimiser les signaux de commande permettant d'atteindre les objectifs désirés,

Ce premier chapitre a pour objectif de présenter un état de l'art sur la commande prédictive. Dans un premier temps, un aperçu général sur l'historique de la MPC est détaillé tout en abordant ses domaines d'application et la méthodologie du choix de ses paramètres. Ensuite, dans un deuxième temps, nous rappelons quelques méthodes les plus significatives de réglage des paramètres de la commande prédictive afin de montrer l'intérêt de l'approche de réglage analytique à laquelle nous sommes intéressés et qui sera proposée dans le troisième chapitre. Dans un troisième temps, nous abordons la formulation de cette loi de commande à base d'états dans les deux cas possibles : en présence et en absence de contraintes. Finalement, quelques critères de performances sont présentés et achèvent ce chapitre permettant ainsi d'amener une étude comparative objective entre quelques stratégies de réglage des paramètres de la MPC identifiées dans la littérature et celles que nous proposerons dans ce manuscrit.

## 1.2 Présentation de la commande prédictive

Depuis les années 70, un intérêt particulier à la commande prédictive a été manifesté par plusieurs industriels [Clarke, 1988], [Qin et Badgwell, 1997], [Allgöwer *et al.*, 1999a], [Qin et Badgwell, 2003] et [Rossiter, 2003]. Cet intérêt se traduit par ses innombrables avantages :

- Elle peut être appliquée aux systèmes linéaires comme aux non linéaires.
- Elle permet de prendre en compte d'éventuelles contraintes sur les signaux de commande et de sortie du système à commander.
- Elle peut être appliquée aux systèmes multivariables.

### 1.2.1 Historique

Les premières applications de la commande prédictive dans le domaine industriel ont vu le jour avec les travaux de [Richalet *et al.*, 1978] en 1978 sur la formulation de la commande prédictive heuristique à base de modèle (en anglais Model Predictive Heuristic Control ou MPHD) également appelée Model Algorithmic Control ou MAC. Un peu plus tard, en 1980, [Cutler et Ramaker, 1980]

proposent une commande prédictive basée sur la modélisation dynamique du procédé (en anglais Dynamic Matrix Control ou DMC). La loi de commande est alors calculée afin de minimiser l'erreur prédite en prenant en compte les contraintes. Le calcul est répété d'une manière périodique (selon une période d'échantillonnage) en utilisant les données mesurées du système. Dans l'objectif d'évaluer l'action de la commande sur la sortie, deux réponses, impulsionnelle et indicielle, ont été employées.

La simplicité d'intégration de ces méthodes a favorisé leurs exploitations surtout dans l'industrie chimique. De même, [Garcia *et al.*, 1989] et [Qin et Badgwell, 2003] ont relevé diverses implémentations de la commande prédictive dans le domaine industriel, notamment dans l'aérospatial, la pétrochimie et l'industrie du papier.

D'autres chercheurs, fortement inspirés par la commande adaptative, ont étudié la synthèse d'une commande basée sur une fonction de transfert du système. Les travaux de [De Keyser et Van Cauwenberghe, 1981] ont mené à l'élaboration d'une commande prédictive auto-adaptative (en anglais Extended Prediction Self Adaptive Control ou EPSAC). Cette commande propose un signal de commande constant tout au long d'un horizon de prédiction. Ce signal de commande est déterminé à partir d'une minimisation d'une fonction coût.

La commande adaptative à horizon étendu (en anglais Extended Horizon Adaptive Control ou EHAC) a été suggérée en 1984 par [Ydstie, 1984]. Cette technique de contrôle repose essentiellement sur le calcul à chaque itération de la séquence des signaux de commande afin de maintenir le plus fidèlement possible une erreur de suivi nulle, sachant que l'horizon est pris plus grand que le retard présent dans le système. En 1987, [Clarke *et al.*, 1987] suggèrent la commande prédictive généralisée (en anglais Generalized Predictive Control ou GPC) qui est depuis largement appliquée.

Suite au succès des premiers travaux sur la commande prédictive, l'intérêt pour cette loi de commande n'a cessé d'augmenter depuis les années 80. Plusieurs méthodologies ont ainsi fait leurs apparitions, s'attachant toujours aux mêmes idées de base. Par exemple, nous citons la commande MUSMUR (en anglais MUlti Step Multivariable Adaptive Control) proposée par [Greco *et al.*, 1984], la commande PFC (en anglais Predictive Functional Control) suggérée par [Richalet *et al.*, 1987], ou encore UPC (en anglais Unified Predictive Control) élaborée par [Soeterboek, 1992]. La liste des commandes présentées ici n'est pas exhaustive. Dans [Granado, 2004], [Dabo, 2010] et [De Larminat, 2013] plus de détails sont donnés.

La commande prédictive repose sur plusieurs représentations du système : un modèle à partir d'une fonction de transfert, un modèle à partir de la réponse impulsionnelle ou indicielle, ou bien un modèle de représentation d'état [Morari, 1993].

Les formulations de la MPC évoquées auparavant sont destinées au cas d'un système linéaire, ce qui représente dans les meilleurs cas, une approximation de la réalité de son comportement. Toutefois, bien que de nombreux résultats d'applications industrielles de la commande prédictive linéaire aient prouvé leurs pertinences et des bonnes performances, l'extension à la commande prédictive non linéaire a incité plusieurs travaux. Par exemple, les publications de [Haber *et al.*, 1997] qui se sont focalisées sur les modèles d'Hammerstein, ou les travaux fondés sur les modèles NARX (en anglais Nonlinear AutoRegressive model with an eXternal input) de [Chen et Allgöwer, 1998] traitant le problème d'instabilité des systèmes non linéaires en se basant sur un contrôleur prédictif non linéaire

sous contraintes. Plus de détails sur la mise en oeuvre de la commande prédictive non linéaire sont donnés dans [Allgöwer *et al.*, 1999b], [Qin et Badgwell, 2000], [Maciejowski, 2002], [Allgöwer et Zheng, 2012] et [Camacho et Alba, 2013].

Le principe de la commande prédictive est détaillé dans le paragraphe qui suit.

### 1.2.2 Principe

Le principe de la commande prédictive consiste à minimiser une fonction coût, que nous désignons dans ce manuscrit par  $J$ . La minimisation de  $J$  conduit à la détermination d'une séquence de commande sur un horizon défini. Ce dernier doit être convenablement choisi en tenant compte de plusieurs types de contraintes : les contraintes sur les entrées, sur les états ou bien sur les sorties. La fonction coût  $J$  est basée sur l'erreur entre la sortie prédite du modèle et la trajectoire de référence désirée.

Afin de calculer la séquence de commande qui minimise le critère  $J$ , le contrôleur dispose d'un modèle mathématique du procédé pour prédire son comportement, d'où son appellation MPC (Model-Based Control). La commande prédictive fait appel au principe de l'horizon fuyant. En effet, à chaque instant, une séquence de commande optimale en boucle ouverte, minimisant  $J$  sur un horizon de prédiction  $N_p$ , est calculée. Cependant, seul le premier élément est appliqué au système. Cette procédure est reprise à la période d'échantillonnage suivante, mettant à jour les paramètres courants du système. La Figure 1.1 illustre le principe de la commande prédictive : le calcul de la séquence de commande optimale ( $u$  présentée en orange dans la Figure 1.1) à appliquer au système se fait à chaque instant  $t_k$  jusqu'à l'instant  $t_{k+N_c}$  où  $N_c$  est l'horizon de commande de la MPC. Pour cela, il se base sur un modèle du système à contrôler permettant de prédire la sortie ( $y$  présentée en bleu dans la Figure 1.1) jusqu'à l'instant  $t_{k+N_p}$  et sur une trajectoire de référence à atteindre ( $r$  présentée en bleu dans la Figure 1.1).

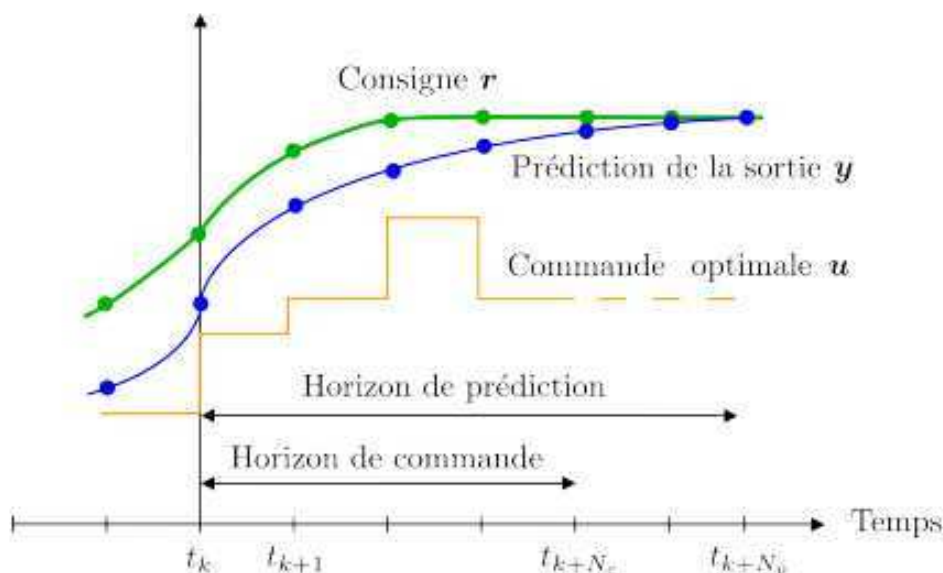


FIGURE 1.1 – Principe de la commande prédictive [Cazy, 2016]

### 1.2.3 Domaines d'application

La commande prédictive a été appliquée dans plusieurs domaines d'activité. Dès les années 70, les industriels de la pétrochimie et de la métallurgie ont manifesté de l'intérêt pour la MPC [Richalet *et al.*, 1978]. Le point commun de ces deux domaines est qu'ils imposent de nombreuses variables et contraintes en entrée/sortie [Balchen *et al.*, 1989] et [Wills et Heath, 2005].

La MPC a été également appliquée dans le domaine de l'automobile, dans le contrôle de la transmission, dans la régulation des émissions d'un moteur Diesel [Abidi *et al.*, 2012, Ben Hamouda *et al.*, 2014], ou encore dans le contrôle de la direction d'un véhicule autonome [Falcone *et al.*, 2007]. Le domaine médical a aussi éprouvé de l'intérêt pour la commande prédictive. Dans [Van Herpe *et al.*, 2007] par exemple, cette loi de commande a été employée afin de contrôler les doses d'insuline à injecter à un patient malade.

Son aptitude à être appliquée aux systèmes avec un grand nombre de variables la rend intéressante dans le domaine de robotique surtout face à des systèmes complexes. Nous citons à titre d'exemple l'utilisation de la commande prédictive dans le contrôle d'un robot humanoïde [Dimitrov *et al.*, 2011] ou son implémentation dans la régulation de la trajectoire d'un robot de type HRP-2 [Koenemann *et al.*, 2015]. Dans le domaine aérospatial, la MPC a été aussi largement appliquée aux vannes électromécaniques [Banerjee *et al.*, 2010], dans la commande des engins spatiaux [Ikeda *et al.*, 2012], [Pirouzmand et Ghahramani, 2013], [Kalabic *et al.*, 2014] et [Gupta *et al.*, 2015] et des satellites [Pirouzmand et Ghahramani, 2013]. Sans oublier son intégration dans le contrôle des systèmes énergétiques comme des centrales hydro-électriques [Dinh *et al.*, 2011], des éoliennes [Mirzaei *et al.*, 2012], des échangeurs thermiques [Yin *et al.*, 2014], des réseaux de distribution d'eau [Skworcow *et al.*, 2010] et des centrales de traitement des eaux [Han et Qiao, 2014].

### 1.2.4 Choix des paramètres

Selon la littérature, la synthèse d'une loi de commande prédictive requiert la détermination de trois paramètres qui sont :

1. L'horizon de commande  $N_c$ .
2. L'horizon de prédiction  $N_p$ .
3. Le facteur de pondération  $\lambda$ .

Ces paramètres influencent d'une manière significative le comportement du système en boucle fermée en termes de stabilité, rapidité et précision. Leur choix doit être fait avec grande attention. Le réglage de ces paramètres dépend de plusieurs critères tels que : la période d'échantillonnage, la dynamique du système, le retard, etc. Dans la littérature, plusieurs travaux ont été menés sur la problématique du réglage de ces paramètres.

1. **Choix de l'horizon de commande** Le choix de  $N_c$  égal à l'unité est reconnu comme étant suffisant dans la plupart des cas [Ben Hamouda, 2015]. Cependant, une valeur plus élevée permet d'atteindre des objectifs plus complexes lorsque les systèmes à contrôler présentent un nombre élevé de degrés de liberté [Clarke *et al.*, 1987]. Or, plus la valeur de l'horizon de commande est

élevée, plus le temps de calcul nécessaire pour synthétiser la loi de commande est important. Cela s'explique par le fait que  $N_c$  fixe la dimension des matrices à inverser dans le calcul de la séquence de commande optimale. Un compromis doit être alors trouvé [Nagoudi-Layerle, 2011].

- 2. Choix de l'horizon de prédiction** Comme mentionné précédemment, la commande prédictive fait appel au principe de l'horizon fuyant. À chaque itération, l'horizon de prédiction  $N_p$  permet d'avoir la visibilité sur les futurs états du système jusqu'à un temps fini, ce qui donne à l'algorithme de résolution une meilleure qualité des informations relatives à la dynamique d'évolution du système. Cependant, plus  $N_p$  est grand, plus la qualité de la prédiction est faible. En effet, des erreurs peuvent apparaître entre le modèle prédit et le système réel et augmenter avec le temps. Dans la littérature, il est difficile de trouver une méthode générique permettant de déterminer la valeur de l'horizon de prédiction de manière optimale. Mais, un compromis peut toutefois être trouvé entre une petite valeur, qui offre peu d'informations sur l'évolution du système mais assurant une meilleure qualité de prédiction, et une grande valeur, qui fournit une plus large quantité d'informations mais des incertitudes plus importantes par rapport à l'état futur réel du système [Nagoudi-Layerle, 2011] et [Cazy, 2016].
- 3. Choix du facteur de pondération** Tout comme son nom l'indique, le facteur de pondération  $\lambda$ , joue un rôle primordial de dosage. Il garantit un certain équilibre dans la fonction coût entre l'erreur de poursuite et l'impact de la commande. Une augmentation excessive de  $\lambda$  implique une demande exigeante de la commande, et par conséquent, la dynamique du système est ralentie. Par contre, une diminution de  $\lambda$  entraîne une commande énergique qui rend la réponse du système de plus en plus rapide. Il faut noter que le réglage de ce paramètre est assez délicat. En effet, tout comme l'horizon de commande, il influence sur la stabilité du système en boucle fermée [Nagoudi-Layerle, 2011] et [Ben Hamouda, 2015].

Après avoir expliqué l'influence et l'importance d'établir un bon choix des paramètres de la commande prédictive, nous abordons, dans le paragraphe qui suit, les travaux les plus significatifs sur le réglage des paramètres de la MPC.

### 1.3 État de l'art sur les approches de réglage de la commande prédictive

L'ajustement des paramètres du contrôleur prédictif constitue une étape clé afin de réussir à obtenir les performances désirées du système à commander. Au cours de la dernière décennie, le besoin croissant de garantir la fiabilité des systèmes complexes a attiré l'attention des recherches d'une manière intensive. De tels efforts ont conduit au développement de nombreuses approches de réglage des paramètres de la MPC [Rani et Unbehauen, 1997], [Cutler et Ramaker, 1980], [Clarke *et al.*, 1987], [Lee et Yu, 1994], [MacArthur, 1996], [Shridhar et Cooper, 1997b], [Qin et Badgwell, 1997], [Sridhar et Cooper, 1998], [Wojciszyn *et al.*, 2003], [Garriga et Soroush, 2010] et [Gutiérrez-Urquidez *et al.*, 2015a].

Dans ce paragraphe, nous proposons un aperçu des directives de réglage disponibles. Nous pouvons classer les approches existantes de réglage des paramètres de la MPC en trois catégories :

1. Les approches expérimentales
2. Les approches heuristiques
3. Les approches analytiques

### 1.3.1 Les approches expérimentales

La première catégorie comprend les approches expérimentales, appelées aussi "empiriques", où les paramètres de la MPC sont déterminés en fonction du retour d'expérience du concepteur [Boucher et Dumur, 1996].

Ces approches peuvent être classées comme les plus intuitives et les plus simples pour régler les paramètres  $(N_c, N_p, \lambda)$ . Le superviseur doit acquérir une bonne connaissance du système étudié comme dans le cas de [Bursali *et al.*, 2001] où la détermination de la valeur du facteur de pondération optimal nécessite un certain nombre d'expériences. Leur méthode est basée sur la conception expérimentale statistique et l'optimisation Box-Wilson. Le facteur de pondération et le temps d'échantillonnage sont réglés de manière à obtenir les meilleures performances de contrôle. Cette approche a été appliquée pour le contrôle d'un bioréacteur par lots [Bursali *et al.*, 2001].

D'autres auteurs ont proposé de régler les paramètres de la MPC appliquée aux convertisseurs de puissance numériques [Chang et Lai, 2009]. Les problèmes causés par la variation d'inductance et la dérive de tension d'entrée peuvent être résolus par la technique d'adaptation de paramètres en ligne qu'ils ont proposée. Cette technique est basée sur les courants échantillonnés entre deux sorties de modulation de largeur d'impulsion. Toujours dans la même catégorie, [Valencia-Palomo et Rossiter, 2011] ont suggéré une approche originale de réglage des paramètres de la MPC. L'originalité de leur approche réside dans la modélisation du système à contrôler. Cette dernière repose sur des informations du système relativement brutes mais pragmatiques. Des tests expérimentaux en laboratoire ont été réalisés pour deux applications pour prouver l'efficacité de la solution combinée d'algorithmes et de matériel disponible. Un peu plus tard, une technique de compensation de puissance réactive a été testée. Seul le facteur de pondération est sélectionné grâce à l'erreur absolue de l'objectif d'optimisation et aux contraintes correspondantes [Shadmand *et al.*, 2015].

En résumé, les approches de réglages de la commande prédictive à base de données expérimentales représentent une manière intuitive et simple pour déterminer une combinaison des paramètres du contrôleur prédictif qui assure les performances souhaitées. Cependant, il s'agit d'approches de réglage approximatives qui nécessitent un concepteur expérimenté et un banc de tests accessible, ce qui n'est pas toujours possible.

### 1.3.2 Les approches heuristiques

La deuxième catégorie regroupe les approches dites "heuristiques" de réglage des paramètres de la MPC. De nombreuses lignes directrices ont été élaborées et publiées dans la littérature, comme cela sera montré dans ce paragraphe. Ces approches visent à trouver une approximation des valeurs optimales pour la MPC.

Différentes approches ont été largement publiées dans la littérature.

**Les approches heuristiques à base de logique floue :** Parmi les nombreux articles de recherche publiés sur le réglage de la MPC, certains d'entre eux sont basés sur la logique floue comme [Al-Ghazzawi *et al.*, 2001], [Ali, 2001], [Ali, 2003], [Mamboundou et Langlois, 2011], [Mamboundou et Langlois, 2012] et [Mamboundou, 2013]. Par exemple, dans [Ali, 2001], l'auteur a présenté une méthode compréhensible en ligne pour régler  $(N_p, \lambda)$  basée sur un algorithme de logique floue afin d'atteindre des performances spécifiques. L'algorithme proposé est constitué de deux phases, à savoir : la phase d'observation et la phase de déclenchement. Sa méthode vise à formuler le contrôleur prédictif sur un mécanisme automatique, qui intègre la mise à jour des paramètres tout en maintenant la réponse en boucle fermée dans un domaine temporel prédéfini. Cette méthode a été inspirée par les travaux de [Al-Ghazzawi *et al.*, 2001] mais, sans utiliser la sensibilité de sortie pour régler les paramètres de la MPC.

**Les approches heuristiques à base de réseaux de neurones :** D'autres chercheurs ont eu recours aux réseaux de neurones pour régler les paramètres de la MPC [Takahashi, 1993], [Parlos *et al.*, 2001], [Huang et Lewis, 2003], [Sun *et al.*, 2004], [Li et Wang, 2004], [Wang *et al.*, 2005], [Lazar *et al.*, 2005], [Li, 2006], [Wu *et al.*, 2009], [Dahunsi *et al.*, 2009], [Bhattacharya et Chakraborty, 2011], [Grosso *et al.*, 2012], [Goldar *et al.*, 2014], [Csekő *et al.*, 2015], [Tohidi et Hajieghrary, 2016] et [Han *et al.*, 2016]. Par exemple, [Takahashi, 1993] traite le cas des systèmes non linéaires dynamiques. L'auteur a proposé une méthode basée sur une minimisation de la somme des erreurs au carré sur une plage de prédiction prescrite. [Wu *et al.*, 2009] proposent une technique de réglage adaptative en utilisant l'écriture Carima de la MPC grâce à une formulation développée du réseau de neurones.

**Les approches heuristiques à base d'algorithmes génétiques :** Afin de mieux assimiler les méthodes de réglage de la MPC basées sur les algorithmes génétiques, nous citons les travaux de [Haber *et al.*, 2004], [Naeem *et al.*, 2005], [Van der Lee *et al.*, 2008], [Ben Aicha *et al.*, 2013] et [Aicha *et al.*, 2010]. [Haber *et al.*, 2004] ont proposé une méthode de calcul en imposant la reformulation de la fonction coût de la commande prédictive en fonction des critères de performance (le temps d'établissement du régime stationnaire, le dépassement maximal et la longueur des horizons), c'est une méthode hors-ligne approximant tout processus physique par un modèle de fonction de transfert aperiodique du second ordre. Ce qui n'est pas toujours adéquat. Dans la même catégorie, [Ben Aicha *et al.*, 2013] ont étudié une méthode basée sur l'optimisation multi-objectif et l'algorithmes génétiques. L'optimisation des paramètres est également fondée sur un compromis entre les performances obtenues en boucle fermée.

**Les approches heuristiques à partir de l'analyse de la variance :** L'analyse de la variance est appelée en anglais ANalysis Of VAriance ou ANOVA. Certains chercheurs ont choisi de calculer les valeurs adéquates des paramètres de la MPC à l'aide de la méthode d'ANOVA et de la régression non linéaire [Iglesias *et al.*, 2006], [Neshasteriz *et al.*, 2010], [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2010], [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2011], [Ebrahimi *et al.*, 2015], [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2015a] et [Bagheri et Sedigh, 2015]. Une fonction analytique dédiée aux systèmes FOPDT a été proposée par [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2011]. Ils ont testé leur méthode sur un procédé réel pH non linéaire

à l'échelle du laboratoire. Une autre mise en oeuvre réussie de l'optimisation des paramètres de la MPC a été faite par [Bagheri et Sedigh, 2015]. Ils ont proposé une méthode visant à assurer la performance nominale en boucle fermée et ont étudié le cas d'un procédé qui s'écrit sous la forme d'un système FOPDT. Cette méthode est basée sur l'ajustement de la trajectoire de poursuite et l'analyse de la régression non linéaire. [Ebrahimi *et al.*, 2015] ont prouvé l'efficacité de l'ANOVA dans les cas des systèmes SISO et MIMO. D'autres auteurs continuent d'étudier cette approche toujours avec des systèmes FOPDT où les contraintes sont inactives [Bagheri et Sedigh, 2013], [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2014] et [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2015b]. Ces méthodes assurent la stabilité du système en boucle fermée et offrent un bon réglage de la commande prédictive. Cependant, la plupart des méthodes sont basées sur l'approximation de procédé réel physique par un modèle FOPDT. Malgré le fait que cette méthode de réglage fournisse une fonction analytique pour ajuster les méthodes MPC, elle est considérée parmi les méthodes heuristiques en raison de sa dépendance aux calculs statistiques.

**Les approches heuristiques à partir d'équations de sensibilité :** [Al-Ghazzawi *et al.*, 2001] ont étudié une méthode adaptative en ligne pour les systèmes multivariables en présence de contraintes utilisant l'équation de sensibilité. Leur méthode est basée sur une approximation linéaire entre la réponse de sortie prédite en boucle fermée et les paramètres de la MPC. Les horizons de la commande prédictive  $N_c$  et  $N_p$  sont alors définis à l'aide des directives d'optimisation générales de la littérature. Seul le paramètre de pondération est réglé pour obtenir de bonnes performances. La mise à jour de  $\lambda$  se fait grâce à l'exploitation de la sensibilité de la réponse en boucle fermée. Cette stratégie vise à orienter la réponse de rétroaction dans un domaine temporel spécifique pour satisfaire les spécifications souhaitées en utilisant un algorithme d'optimisation de moindres carrés.

Une méthodologie dans le domaine fréquentiel a été présentée par [Sarhadi *et al.*, 2012] à partir d'une analyse de robustesse visant à optimiser les paramètres de la GPC. Une fonction de sensibilité est utilisée pour présenter cette technique à la fois pour l'analyse de robustesse et l'ajustement des paramètres du contrôleur. Le réglage des paramètres de la MPC à partir des équations de sensibilité mène à un bon comportement du contrôleur mais il est exigeant en termes de charge de calcul.

**Les approches heuristiques à partir des méthodes d'ingénierie inverse :** Afin de calculer des valeurs appropriées des paramètres de la MPC, certains auteurs ont proposé des stratégies d'optimisation basées sur une méthodologie d'ingénierie inverse [Hartley et Maciejowski, 2009]. Cette dernière est l'extension des travaux de [Maciejowski, 2007] qui avait utilisé la méthode basée sur l'ingénierie inverse pour trouver la fonction de coût et estimer la valeur du vecteur d'état dans la formulation de la MPC.

**Les approches heuristiques à partir des méthodes de correspondance du contrôleur :** Quelques auteurs ont eu recours à la méthode de correspondance des contrôleurs pour régler les paramètres de la MPC. En effet, [Di Cairano et Bemporad, 2010] ont proposé de définir les matrices de poids de telle manière que le contrôleur prédictif se comporte comme un contrôleur linéaire. La



stabilité asymptotique est assurée. Les procédures de conception sont basées sur l'ajustement de la fonction de coût de la MPC en résolvant un problème d'optimisation convexe. [Tran *et al.*, 2015] ont suggéré une méthode qui vise à faire correspondre la fonction de transfert d'un contrôleur arbitraire à temps discret et de la MPC pour obtenir le même comportement. Les paramètres MPC se calculent également en résolvant un problème d'optimisation LMI convexe avec des contraintes.

**Les approches heuristiques à partir de méthodes de conception factorielle :** [Rodrigues *et al.*, 2002] se sont intéressés à une technique de réglage de la MPC basée sur la conception factorielle pour les deux configurations adaptatives et non adaptatives appliquées à un procédé de production de pénicilline. L'influence des paramètres de la GPC a été étudiée en utilisant un plan factoriel central de la composite à partir de la sensibilité d'un critère d'erreur absolue (en anglais Integral of Absolute Error ou IAE).

**Les approches heuristiques à partir des algorithmes d'optimisation :** Le réglage de la MPC en résolvant différents problèmes d'optimisation a été largement étudié dans la littérature [Benkhoud et Bouallègue, 2017]. Par exemple, certains travaux publiés se sont concentrés sur la détermination des paramètres du contrôleur prédictif en résolvant une optimisation Swarm basée sur les distributions de Cauchy et Gaussian et sur le modèle ARMA (en anglais Auto Regressive Moving Average) [Dos Santos Coelho et Krohling, 2005] et [Suzuki *et al.*, 2007]. D'autres ont eu recours à une optimisation multi-objectif récursive [Liu et Wang, 2000] ou à l'identification récursive du système [Moon *et al.*, 2005]. L'avantage de cette structure est qu'elle est moins exigeante en termes de calcul que la GPC classique. Les valeurs appropriées de la MPC ont été sélectionnées en se basant sur la stabilité du système en boucle fermée. Une optimisation convexe a été étudiée par [Shah et Engell, 2010] et [Shah et Engell, 2011] où la stratégie de réglage est basée sur la spécification de la performance en boucle fermée dans le domaine fréquentiel. Deux problèmes d'optimisation ont été résolus dans leur méthode présentant une programmation semi-définie (en anglais SemiDefinite Programming ou SDP). Le premier comportait une optimisation de la réponse en fréquence pour déterminer les degrés de liberté, le second une optimisation des matrices de pondération. L'efficacité de cette méthode a été testée avec des systèmes SISO et MIMO lorsque les contraintes sont inactives.

Un algorithme de recherche d'extremum (en anglais Extremum Seeking ou SE) a été proposé par [Tran *et al.*, 2014] : l'approche vise par auto-optimisation, à calculer les matrices de pondération de la fonction coût à partir d'une bande passante désirée en boucle fermée. Les auteurs ont suggéré une méthode pour obtenir une variance de sortie minimale. L'idée principale de leur approche est de réaliser un équilibre optimal entre la robustesse et la performance nominale du système en boucle fermée. La bande passante optimale a été calculée sur la base d'un algorithme ES qui est, à son tour, une forme d'optimisation adaptative non basée sur un modèle.

Un algorithme évolutionnaire multi-objectif (en anglais Multi-Objective Evolutionary Algorithm ou MOEA) a été étudié par [Gutiérrez-Urquidez *et al.*, 2015b]. Ces derniers ont proposé une sélection automatique des paramètres de la MPC afin d'obtenir un bon compromis entre la

faisabilité, la performance et le coût de calcul basé sur l'algorithme MOEA. Ce type d'algorithme s'est avéré être un outil efficace pour ce type de système de commande [Fleming et Purshouse, 2002], [Fogel, 2006] et [Konak *et al.*, 2006]. [Han *et al.*, 2006] ont eu recours à une optimisation à base des bornes min-max pour trouver les valeurs appropriées des paramètres de la MPC

**Les approches heuristiques à partir du critère RPN :** Le RPN est le numéro de performance robuste (en anglais Robust Performance Number) présentant un critère pour mesurer la commandabilité d'un système. Il a été étudié par [Trierweiler et Engell, 1997] et [Trierweiler et Farina, 2003] pour le cas des systèmes multivariables. Les avantages de l'utilisation du RPN ne sont pas seulement sa capacité à prendre en compte le comportement en phase non minimale et les performances souhaitées en boucle fermée, mais surtout, il est capable de quantifier correctement la fréquence en fonction de la directionnalité du système. Par conséquent, un système plus robuste est assuré. L'idée principale de la méthode de réglage proposée basée sur le RPN est d'appliquer correctement le principe de la récursivité sur le système et les matrices de pondération.

**Les approches heuristiques à base des méthodes de filtrage :** [Schwarz *et al.*, 2010] ont proposé une méthode de réglage basée sur l'identification des paramètres du modèle en boucle fermée. L'avantage de cette méthode est d'exploiter les paramètres du modèle pour sélectionner les paramètres du contrôleur appropriés. Ils intègrent également un filtre de "Rhinehart" dans la conception du système pour réduire l'impact du bruit.

**Les approches heuristiques à partir de l'analyse de la stabilité et des performances en boucle fermée :** La stabilité est l'une des principales exigences de tout système de commande. Dans notre contexte, les spécifications pour la stabilité du système dépendent fortement des paramètres MPC. En fait, ces derniers peuvent influencer d'une manière significative les performances en boucle fermée en termes de la stabilité et robustesse [Qi et Fisher, 1994] et [Jahagirdar et Dan, 2015]. [Gerksic et Pregelj, 2012] ont proposé une approche du contrôle prédictif du modèle multi-paramétrique. Cette approche est utile lorsque les propriétés de perturbation/rejet sont très importantes. Leur méthode de réglage est basée sur l'analyse linéaire locale du système en boucle fermée qui est un outil extrêmement précieux pour l'analyse de la performance de l'action de rétroaction et est particulièrement important dans les applications de contrôle. [He *et al.*, 2015] ont étudié le cas d'un problème de réglage de la MPC à deux degrés de liberté avec des contraintes actives. Les paramètres de la MPC sont alors déterminés à partir des performances souhaitées, à savoir la stabilité, le dépassement du cas le plus défavorable, les oscillations en sortie de processus et le temps de stabilisation du cas le plus défavorable. [Garriga et Soroush, 2008] se sont intéressés aux effets des paramètres de la MPC sur le comportement en boucle fermée. En particulier, ils se sont concentrés sur la localisation des valeurs propres sur une large gamme. Pour cela, ils ont utilisé un Jacobien en boucle fermée qui est exigeant en termes de calculs. [Khan et Rossiter, 2013] ont suggéré une sélection automatique des paramètres du contrôleur prédictif basés sur l'analyse des pôles stables en boucle fermée. La procédure de réglage est basée sur une optimisation multi-objectif et des courbes de compromis entre la performance moyenne et le nombre de degrés de liberté.

Toutes ces méthodes ont un caractère heuristique (à base d'essais et des erreurs) qui ne permet pas toujours d'identifier explicitement la zone de robustesse du système. La plupart des cas sont basés sur des techniques statistiques exigeantes en termes de calcul.

### 1.3.3 Les approches analytiques

La troisième catégorie concerne les méthodes de réglage des paramètres de la MPC à caractère analytique (plus ou moins numériques).

Les travaux publiés par [Shridhar et Cooper, 1997b], [Sridhar et Cooper, 1998] et [Shridhar et Cooper, 1997a] visaient à optimiser les paramètres de la DMC avec une approche exacte dédiée aux systèmes s'écrivant sous la forme d'un FOPDT pour les cas SISO et MIMO. Leur méthode garantit la stabilité du procédé en boucle ouverte stable. [Gholaminejad *et al.*, 2016] et [Bagheri et Sedigh, 2013] ont proposé une méthode qui rapproche tout processus physique d'un modèle du FOPDT (ce qui est parfois inadéquat). Ils mettent à jour les paramètres de la MPC en s'appuyant sur la méthode des moindres carrés récursifs (en anglais Recursive Least Square ou RLS). Dans le cas où le gain obtenu par le RLS n'est pas réalisable, ils ont résolu les Inégalités Linéaires Matricielles (en anglais Linear Matrix(ce)s Inequality(ies) ou LMI) pour générer le gain désiré dans le cas des systèmes monovariables.

En synthèse sur les méthodes de réglage analytique, ces dernières ont l'avantage de fournir les valeurs optimales des paramètres. Seuls quelques articles ont été publiés en raison de la complexité du problème. La plupart des travaux disponibles traitent le cas des systèmes FOPDT ou du second ordre avec retard (en anglais Second Order Plus Dead Time ou SOPDT) lorsque les contraintes sont inactives. Cette approximation de la modélisation des systèmes physiques peut être restrictive dans le cas de certains systèmes industriels.

C'est pourquoi dans le chapitre trois, nous proposerons une méthode générique :

- applicable à tous les procédés commandables et observables (quelque soit leurs ordres),
- applicable aux systèmes multivariables,
- prenant en compte les contraintes d'inégalité linéaires.

## 1.4 Formulation de la commande prédictive

Dans la partie qui suit, nous présentons la formulation à temps discret de la commande prédictive à base d'état dans le cas où les contraintes sont présentes ou non.

### 1.4.1 Représentation d'état augmentée à temps discret

Soit un système linéaire multivariable représenté par le modèle d'état à temps discret suivant :

$$\begin{aligned}x_m(k+1) &= A_m x_m(k) + B_m u(k) \\ y(k) &= C_m x_m(k)\end{aligned}\tag{1.1}$$

où  $y \in \mathbb{R}^{n_{out}}$  est la sortie du système,  $\mathbb{R}^{n_{in}}$  est le vecteur de commande et  $x$  est le vecteur d'état de dimensions  $(n_1 \times 1)$ .  $k$  est un entier naturel positif. Dans (1.1),  $A_m$ ,  $B_m$  et  $C_m$  sont respectivement

les matrices d'état, de commande et d'observation de dimensions successives  $(n_1 \times n_1)$ ,  $(n_1 \times n_{in})$  et  $(n_{out} \times n_1)$  avec :

- $n_{in}$  : nombre d'entrées
- $n_{out}$  : nombre de sorties
- $n_1$  : nombre d'états

Dans le but d'obtenir le modèle augmenté à base d'intégrateur, nous introduisons la différence du vecteur d'état et la variable de commande tels que :

$$\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1) \quad (1.2)$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (1.3)$$

En intégrant les incréments des variables  $x(k)$  et  $u(k)$ , la différence (1.3) devient alors :

$$\begin{aligned} \Delta x_m(k+1) &= A_m(x_m(k) - x_m(k-1)) + B_m(u(k) - u(k-1)) \\ &= A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Soit ainsi le nouveau vecteur d'état  $x(k)$  défini par :

$$x(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

En procédant par récurrence, la sortie  $y(k)$  devient :

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= C_m(x_m(k+1) - x_m(k)) \\ &= C_m \Delta x_m(k+1) \\ &= C_m A_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) \end{aligned} \quad (1.6)$$

La combinaison des équations (1.4) et (1.6) constitue la représentation d'état augmentée d'un modèle multivariable à temps discret :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (1.7)$$

avec :

$$\begin{aligned} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}^{x(k+1)} &= \overbrace{\begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m A_m & I_{(n_{out} \times n_{out})} \end{bmatrix}}^A \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}^{x(k)} + \overbrace{\begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix}}^B \Delta u(k) \\ y(k) &= \overbrace{\begin{bmatrix} 0_m & I_{(n_{out} \times n_{out})} \end{bmatrix}}^C \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.8)$$

L'indice  $T$  représente la transposée d'une matrice et  $I$  est la matrice identité. Dans (1.8),  $0_m$  est une matrice nulle de dimension  $(n_{out} \times n_1)$ . Admettons que  $n_{etat} = n_1 + n_{out}$ , le triplet  $(A, B, C)$  de dimension respectivement  $(n_{etat} \times n_{etat})$ ,  $(n_{etat} \times n_{in})$  et  $(n_{out} \times n_{etat})$  constitue le modèle augmenté discret invariant dans le temps du système MIMO considéré.

### 1.4.2 Formulation de la commande prédictive à base d'état en absence des contraintes

Admettons que le système soit observable et commandable. Le vecteur de l'incrément de commande  $\Delta U$  de dimensions  $(1 \times n_{in}N_c)$  est défini par :

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k)^T & \Delta u(k+1)^T & \cdots & \Delta u(k+N_c-1)^T \end{bmatrix}^T. \quad (1.9)$$

Soient les vecteurs de la sortie désirée  $Y_{des}$  et de la sortie prédite  $\hat{Y}$  définis comme suit :

$$Y_{des} = \begin{bmatrix} y_{des}(k+1)^T & y_{des}(k+2)^T & \cdots & y_{des}(k+N_p)^T \end{bmatrix}^T;$$

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k)^T & \hat{y}(k+2|k)^T & \cdots & \hat{y}(k+N_p|k)^T \end{bmatrix}^T.$$

Dans l'objectif de synthétiser la loi de commande optimale de la commande prédictive, la fonction coût  $J$  à minimiser est définie par l'expression suivante :

$$J = (Y_{des} - \hat{Y})^T (Y_{des} - \hat{Y}) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (1.10)$$

où  $\bar{R}$  est une matrice carrée de dimensions  $(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)$  définie par :

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_{n_{in}N_c} \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

En se basant sur le modèle d'état augmenté  $(A, B, C)$ , la séquence future du vecteur d'état est calculée par récurrence comme suit [Wang, 2009] :

$$\begin{aligned} x(k+1|k) &= Ax(k) + B\Delta u(k); \\ x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + B\Delta u(k+1); \\ &= A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1); \\ &\vdots \\ x(k+N_p|k) &= A^{N_p}x(k) + A^{N_p-1}B\Delta u(k) + A^{N_p-2}B\Delta u(k+1) \\ &\quad + \cdots + A^{N_p-N_c}B\Delta u(k+N_c-1). \end{aligned}$$

A partir du vecteur d'état prédit et en procédant par récurrence, la sortie estimée est :

$$\begin{aligned} y(k+1|k) &= CAx(k) + CB\Delta u(k); \\ y(k+2|k) &= CA^2x(k) + CAB\Delta u(k) + CB\Delta u(k+1); \\ y(k+3|k) &= CA^3x(k) + CA^2B\Delta u(k) + CAB\Delta u(k+1) \\ &\quad + CB\Delta u(k+2); \\ &\vdots \\ y(k+N_p|k) &= CA^{N_p}x(k) + CA^{N_p-1}B\Delta u(k) + CA^{N_p-2}B\Delta u(k+1) \\ &\quad + \cdots + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k+N_c-1). \end{aligned}$$

La sortie prédite peut être exprimée alors sous la forme matricielle suivante :

$$\hat{Y} = Fx(k) + \Phi\Delta U \quad (1.12)$$

où  $F$  et  $\Phi$  sont deux matrices de dimensions respectives  $(n_{out}N_p \times n_{etat})$  et  $(n_{out}N_p \times n_{in}N_c)$  définies par :

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}; \quad (1.13)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

En associant les équations (1.10) et (1.12), la dérivée partielle de  $J$  par rapport à  $\Delta U$  peut être écrite comme suit :

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = -2\Phi^T(Y_{des} - Fx(k)) + 2(\Phi^T\Phi + \bar{R})\Delta U \quad (1.15)$$

À ce stade et afin d'obtenir la loi de commande optimale à appliquer au système, la condition d'optimalité suivante doit être respectée :

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0. \quad (1.16)$$

Dans le cas où la commande prédictive ne présente pas de contrainte, la séquence de commande optimale est alors exprimée comme suit :

$$\Delta U = (\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}\Phi^T(Y_{des} - Fx(k)) \quad (1.17)$$

Selon le principe de l'horizon fuyant, seuls les premiers  $n_{in}$  éléments de la loi de commande optimale sont appliqués au système :

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$$

$$u(k) = u(k-1) + \overbrace{\begin{bmatrix} I_m & 0_m & \dots & 0_m \end{bmatrix}}^{n_{in}N_c} (\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}\Phi^T(Y_{des} - Fx(k)).$$

Donc le vecteur d'état  $x(k)$  est le seul élément requis par le contrôleur prédictif pour construire la sortie prédite. Lorsque ce vecteur n'est pas accessible, un observateur doit être utilisé pour son estimation.

### 1.4.3 Formulation de la commande prédictive à base d'état en présence de contraintes

Dans le monde réel, des contraintes sont souvent présentes dans la plupart des systèmes dynamiques. Ces contraintes rendent la synthèse des lois de commande plus délicate, surtout face à un procédé industriel complexe. Du point de vue conceptuel, les contraintes peuvent être de différentes natures. Nous distinguons alors deux types de contraintes : celles qui sont imposées par les limitations physiques et celles qui sont présentes afin de garantir des performances désirées [Nguyen, 2012].

- Les contraintes physiques sont dues aux limitations physiques relatives à la partie électrique, mécanique ou même aux limitations aux niveaux de la capacité et du rendement des actionneurs. La problématique liée à cette catégorie de contraintes est souvent la stabilité du système. Ces contraintes doivent alors respecter leurs plages de fonctionnement afin d'éviter toute surcharge. Dans le cas inverse, une dégradation des performances, des oscillations violentes ou même une divergence peuvent être générées.
- Les contraintes sur des performances désirées sont introduites dans la synthèse de la loi de commande pour garantir les exigences en performance du système. A titre d'exemple, ces contraintes peuvent être imposées pour assurer un dépassement maximal et donc garantir un bon maintien des actionneurs. Elles peuvent être prises en compte afin de tolérer certaines pannes.

Un avantage majeur de la commande prédictive est sa capacité à prendre en compte ces contraintes. De cette manière, elle garantit le meilleur suivi de la trajectoire de référence tout en assurant que les différentes variables resteront dans leurs plages de fonctionnement.

Souvent, trois catégories de contraintes sont distinguées :

- Contraintes sur les incréments de commande,
- Contraintes sur l'amplitude des entrées de commande,
- Contraintes sur les sorties.

Dans la partie qui suit, l'intégration des différents types de contraintes dans la formulation de la commande prédictive sera abordée. L'idée principale est de transformer le problème de la prise en compte des contraintes en un problème d'optimisation quadratique simple et "rapide" à résoudre. L'objectif essentiel est d'appliquer la commande prédictive sous contraintes en temps réel. En effet, l'optimisation de la commande prédictive sous contraintes doit être résolue à chaque période d'échantillonnage. Selon le principe de l'horizon fuyant, seuls les premiers signaux de commande ( $n_{in}$  éléments) sont appliqués au système. Par conséquent, à l'instant d'échantillonnage suivant, l'information est mise à jour, l'horizon de prédiction avance d'une période d'échantillonnage et la procédure d'optimisation est répétée [Courtial *et al.*, 2004]. D'où la nécessité d'intégrer ces différents types de contraintes dans la synthèse de la loi de commande prédictive.

### Contraintes sur les incréments de commande

Dans ces travaux, la classe des contraintes sur l'incrément des variables de commande est introduite afin d'éviter la saturation. Ces contraintes sont de dimensions égales à celles du vecteur de commande et considérées comme "dures". Supposons que la variable de commande incrémentale  $\Delta U$  soit soumise à des contraintes d'inégalité linéaires comme suit :

$$\Delta U^{min} \leq \Delta U \leq \Delta U^{max} \quad (1.18)$$

où  $\Delta U^{min}$  et  $\Delta U^{max}$  sont les valeurs minimale et maximale limites de  $\Delta U$  et acceptables dans le cas d'un système multivariable :

$$\begin{aligned} \Delta U^{min} &= \begin{bmatrix} \Delta u_1^{min} & \Delta u_2^{min} & \dots & \Delta u_{n_{in}}^{min} \end{bmatrix} \\ \Delta U^{max} &= \begin{bmatrix} \Delta u_1^{max} & \Delta u_2^{max} & \dots & \Delta u_{n_{in}}^{max} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les incréments des variables de commande sont :

$$\begin{aligned} \Delta u_1^{min} &\leq \Delta u_1 \leq \Delta u_1^{max} \\ \Delta u_2^{min} &\leq \Delta u_2 \leq \Delta u_2^{max} \\ &\vdots \\ \Delta u_{n_{in}}^{min} &\leq \Delta u_{n_{in}} \leq \Delta u_{n_{in}}^{max} \end{aligned}$$

L'intégration de ces contraintes dans la formulation de la commande prédictive à base d'état se fait à travers la transformation de ces dernières en un problème d'optimisation à résoudre en parallèle avec l'optimisation de la loi de commande.

L'équation (1.18) est équivalente à :

$$-\Delta U \leq -\Delta U^{min} \quad (1.19)$$

$$\Delta U \leq \Delta U^{max} \quad (1.20)$$

Passons à une écriture matricielle. Les équations (1.19) et (1.20) deviennent :

$$\begin{bmatrix} -I \\ I \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -\Delta U^{min} \\ \Delta U^{max} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

### Contraintes sur l'amplitude des entrées de commande

Une autre classe de contraintes aussi considérée dans cette thèse, est la classe des contraintes sur l'amplitude du vecteur de commande  $U$ . Cette dernière est souvent imposée dans la pratique. Par exemple, l'ouverture d'une vanne ne peut pas être sollicitée au-delà d'une valeur supérieure à 100% ou prendre une valeur négative. Soient les contraintes inégalitaires sur  $U$  comme suit [Wang, 2009] :

$$U^{min} \leq U \leq U^{max} \quad (1.22)$$



où  $U^{min}$  et  $U^{max}$  sont les valeurs minimale et maximale de  $U$  définies dans le cas d'un système multivariable par :

$$U^{min} = \begin{bmatrix} u_1^{min} & u_2^{min} & \dots & u_{n_{in}}^{min} \end{bmatrix}$$

$$U^{max} = \begin{bmatrix} u_1^{max} & u_2^{max} & \dots & u_{n_{in}}^{max} \end{bmatrix}$$

Chaque variable de commande est spécifiée par :

$$u_1^{min} \leq u_1 \leq u_1^{max}$$

$$u_2^{min} \leq u_2 \leq u_2^{max}$$

$$\vdots$$

$$u_{n_{in}}^{min} \leq u_{n_{in}} \leq u_{n_{in}}^{max}$$

D'une manière générale, les contraintes sont appliquées durant les instants futurs. Elles peuvent être exprimées en fonction de  $\Delta U$  comme suit :

$$\overbrace{\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1) \end{bmatrix}}^U = \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix} u(k-1) + \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ I & I & 0 & \dots & 0 \\ I & I & I & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ I & I & \dots & I & I \end{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}}^{\Delta U} \quad (1.23)$$

En écrivant (1.23) sous forme matricielle, elles deviennent :

$$-(C_1 u(k-1) + C_2 \Delta U) \leq -U^{min}, \quad (1.24)$$

$$(C_1 u(k-1) + C_2 \Delta U) \leq U^{max} \quad (1.25)$$

Les équations (1.24) et (1.25) sont équivalentes à :

$$-C_2 \Delta U \leq -U^{min} + C_1 u(k-1),$$

$$C_2 \Delta U \leq U^{max} - C_1 u(k-1)$$

Soit encore une forme plus compacte :

$$\begin{bmatrix} -C_2 \\ C_2 \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -U^{min} + C_1 u(k-1) \\ U^{max} - C_1 u(k-1) \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

### Contraintes sur les sorties

Une autre classe de contraintes prises en compte sont les contraintes sur les sorties. Elles sont souvent considérées comme des contraintes "soft". Dans le cas d'un système multivariable, soient les contraintes d'inégalité linéaires imposées aux sorties comme suit :

$$Y^{min} \leq Y \leq Y^{max} \quad (1.27)$$

où  $Y^{min}$  et  $Y^{max}$  sont les valeurs minimale et maximale de  $Y$  de dimensions chacune  $(1 \times n_{out})$  définies par :

$$Y^{min} = \begin{bmatrix} y_1^{min} & y_2^{min} & \dots & y_{n_{out}}^{min} \end{bmatrix}$$

$$Y^{max} = \begin{bmatrix} y_1^{max} & y_2^{max} & \dots & y_{n_{out}}^{max} \end{bmatrix}$$

Chaque sortie est spécifiée par :

$$y_1^{min} \leq y_1 \leq y_1^{max}$$

$$y_2^{min} \leq y_2 \leq y_2^{max}$$

$$\vdots$$

$$y_{n_{out}}^{min} \leq y_{n_{out}} \leq y_{n_{out}}^{max}$$

À l'instar des contraintes sur l'incrément et l'amplitude de commande en fonction de  $\Delta U$ , les contraintes sur les sorties peuvent être écrites en fonction de  $\Delta U$  et seront abordées par la suite.

L'équation (1.27) est équivalente à [Wang, 2009] :

$$Y^{min} \leq Fx(k) + \Phi \Delta U \leq Y^{max} \quad (1.28)$$

L'équation (1.28) peut être exprimée comme suit :

$$-\Phi \Delta U \leq -Y^{min} + Fx(k) \quad (1.29)$$

$$\Phi \Delta U \leq Y^{max} - Fx(k) \quad (1.30)$$

L'écriture matricielle des équations (1.29) et (1.30) conduit à :

$$\begin{bmatrix} -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -Y^{min} + Fx(k) \\ Y^{max} - Fx(k) \end{bmatrix}. \quad (1.31)$$

### Formulation des contraintes

Les résultats des équations (1.21), (1.26) et (1.31) permettent d'établir l'inégalité suivante :

$$M_{cons} \Delta U \leq \gamma_{cons}, \quad (1.32)$$

où  $M_{cons}$  et  $\gamma_{cons}$  sont des matrices qui reflètent la présence des contraintes dans le système. Elles sont définies par :

$$M_{cons} = \begin{bmatrix} -C_2 \\ C_2 \\ -I \\ I \\ -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix}, \gamma_{cons} = \begin{bmatrix} -U^{min} + C_1 u(k-1) \\ U^{max} - C_1 u(k-1) \\ -\Delta U^{min} \\ \Delta U^{max} \\ -Y^{min} + Fx(k) \\ Y^{max} - Fx(k) \end{bmatrix}. \quad (1.33)$$

Dans le cas où toutes les contraintes sont présentes, le nombre de lignes de la matrice  $M_{cons}$  sera égal à  $4 \times n_{in} \times N_c + 2 \times n_{out} \times N_p$ . À ce stade, le problème de prise en compte des contraintes est

devenu un problème d'optimisation quadratique. Pour résoudre ce dernier, l'algorithme multiplicateur de Lagrange peut être utilisé [Wang, 2009]. L'activation des contraintes sera alors abordée dans le paragraphe suivant.

### Activation des contraintes

Le principe de la commande prédictive est de minimiser une fonction coût dépendant de l'écart entre la trajectoire de référence et la sortie du procédé, jusqu'à l'horizon de prédiction. L'intégration de la sortie prédite  $\hat{Y}$  présentée dans l'équation (1.12) dans (1.10) conduit à la forme développée de la fonction coût  $J$  suivante :

$$J = (Y_{des} - Fx(k))^T (Y_{des} - Fx(k)) - 2\Delta U^T \Phi^T (Y_{des} - Fx(k)) + \Delta U^T (\Phi^T \Phi + \bar{R}) \Delta U \quad (1.34)$$

Selon [Kerrigan et Maciejowski, 2000],  $J$  peut être exprimée comme suit :

$$J = \frac{1}{2} \Delta U^T E_J \Delta U + \Delta U^T F_J + \Psi^T \Psi \quad (1.35)$$

Sous les contraintes inégalité suivantes :

$$M_{cons} \Delta U \leq \gamma_{cons},$$

avec :

$$\begin{cases} E_J = 2(\Phi^T \Phi + \bar{R}); \\ F_J = -2\Phi^T \Psi; \\ \Psi = Y_{des} - Fx(k). \end{cases}$$

Dans ce mémoire, la matrice  $E_J$  est supposée symétrique et définie positive. Puisque le dernier élément de la fonction coût ( $\Psi^T \Psi$ ) ne tient pas compte de  $\Delta U$ , il peut être alors simplifié. L'intégration du vecteur multiplicateur  $\eta_{cons}$  de Lagrange dans l'expression de  $J$  conduit à :

$$J = \frac{1}{2} \Delta U^T E_J \Delta U + \Delta U^T F_J + \eta_{cons}^T (M_{cons} \Delta U - \gamma_{cons}) \quad (1.36)$$

La synthèse de la loi de commande prédictive sous contraintes devient alors un problème d'optimisation quadratique. Cette classe d'optimisation a été étudiée par [Fletcher, 1981], [Luenberger *et al.*, 1984] et [Boyd et Vandenberghe, 2004]. La fonction  $J$  est dite alors "*fonction objectif*". L'incrément de commande  $\Delta U$  et le vecteur multiplicateur de Lagrange  $\eta_{cons}$  deviennent "*les variables de décision*" [Wang, 2009].

Notons par  $S_{act}$  l'ensemble des contraintes actives. Par conséquent, les conditions d'optimalité relative de Kuhn-Trucker sont [Wang, 2009] :

$$\begin{aligned} E_J \Delta u(k) + F_J + \sum_{i \in S_{act}} M_{icons}^T \eta_{icons} &= 0 \\ M_{icons} \Delta U - \gamma_{icons} &= 0, \quad i \in S_{act} \\ M_{icons} \Delta U - \gamma_{icons} &< 0, \quad i \notin S_{act} \\ \eta_{icons} &\geq 0, \quad i \in S_{act} \\ \eta_{icons} &= 0, \quad i \notin S_{act} \end{aligned} \quad (1.37)$$

où  $M_{i_{cons}}$  désigne la  $i$ ème ligne de la matrice  $M_{cons}$ . D'après les travaux de [Kerrigan et Maciejowski, 2000], quand les contraintes sont actives (c'est-à-dire  $i$  appartient à  $S_{act}$ ), les vecteurs optimaux  $\eta_{cons}$  et  $\Delta U$  de l'équation (1.37) sont :

$$\eta_{cons} = -(M_{cons}E_J^{-1}M_{cons}^T)^{-1}(\gamma_{cons} + M_{cons}E_J^{-1}F_J) \quad (1.38)$$

$$\Delta U = -E_J^{-1}(F_J + M_{cons}^T\eta_{cons}) \quad (1.39)$$

Dans le paragraphe qui suit, nous appliquerons la formulation de contraintes d'inégalité linéaires à un problème d'optimisation quadratique à l'aide d'une illustration numérique.

### Application numérique

Soit un moteur électrique avec une transmission flexible soumise à une inertie de charge [Dumur *et al.*, 2000]. L'ensemble transmission plus charge est modélisé par une fonction de transfert du second ordre donnée par :

$$Z(s) = \frac{\Omega_M(s)}{V_M(s)} = \frac{K_n}{J_n s^2 + f_n s + C_n} \quad (1.40)$$

où  $V_M$  est la tension (en V) appliquée au moteur et  $\Omega_M$  la vitesse angulaire du moteur en rad/s sa sortie. La pulsation naturelle et le facteur d'amortissement de ce moteur sont donnés par :

$$w_n = \sqrt{\frac{C_n}{J_n}} = 31.623 \text{ rad/s}, \quad \xi = \frac{f_n}{2w_n J_n} = 0.4741.$$

Les valeurs numériques des paramètres de ce système sont :

$$\begin{cases} K_n = 2 \text{ Nm.rad/s/V;} \\ f_n = 0.006 \text{ Nm.rad/s;} \\ J_n = 0.002 \text{ kg.m}^2; \\ C_n = 2 \text{ Nm.} \end{cases}$$

En imposant une période d'échantillonnage  $T_s = 5$  ms, le modèle d'état discret équivalent du système (3.52) est :

$$A_m = \begin{bmatrix} 1.9604 & -0.9851 \\ 1.000 & 0 \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; C_m = \begin{bmatrix} 0.0124 & 0.0123 \end{bmatrix}.$$

Ce système est soumis à des contraintes d'inégalité linéaires telles que :

$$-2.2V \leq U \leq 2.5V;$$

$$-2.2V \leq \Delta U \leq 2.5V;$$

$$-0.005\text{rad/s} \leq Y \leq 1.05\text{rad/s}.$$

Selon l'approche de réglage proposée par [Dumur *et al.*, 2000], les paramètres de la MPC sont fixés comme suit :  $N_c = 1$ ,  $N_p = 8$ , et  $\lambda = 0.42$ . Ici, le système présente une seule entrée et une seule sortie ( $n_{in} = 1$ ,  $n_{out} = 1$ ). Toutes les contraintes d'inégalité linéaires sont présentes. Par conséquent, la matrice  $M_{cons}$  de dimension  $(20 \times 1)$  est :

$$\begin{bmatrix} -1.0000, 1.0000, -1.0000, 1.0000, -0.0124, -0.0491, -0.1088, -0.1896, -0.2894, -0.4052, \dots \\ -0.5340, -0.6725, 0.0124, 0.0491, 0.1088, 0.1896, 0.2894, 0.4052, 0.5340, 0.6725 \end{bmatrix}^T$$

L'optimisation à chaque pas d'échantillonnage de l'incrément de commande  $\Delta U$  se fait grâce à la fonction "quadprog" de l'environnement Matlab/Simulink. Cette application nous sera utile dans le troisième chapitre lorsque nous aborderons en détails l'approche de réglage analytique de chacun des paramètres de la commande prédictive.

## 1.5 Critères de performances considérés

Dans l'objectif d'établir une étude comparative entre quelques méthodes de réglage des paramètres de la commande prédictive publiées dans la littérature et celles que nous proposons en réponse à une consigne de type échelon, nous avons considéré les critères de performances suivants :

1. **Le degré de stabilité (en anglais the Stability Degree Index ou SDI) :** Ce critère est utilisé pour évaluer la stabilité du système en boucle fermée défini à partir de la différence entre le rayon du cercle unité et le module du pôle le plus éloigné du centre du cercle unité comme suit [Mamboundou et Langlois, 2011] :

$$SDI(k) = 1 - \max(|p_1|, |p_2|, \dots, |p_{A_N}|), \quad (1.41)$$

où  $\{p_1, p_2, \dots, p_{A_N}\}$  sont les valeurs propres de la matrice d'état du système en boucle fermée  $A_{cl}$  définie par :

$$A_{cl} = A - BK_{mpc} \quad (1.42)$$

Par conséquent, le système en boucle fermée est stable si son SDI appartient à l'intervalle ouvert  $]0, 1[$ . C'est-à-dire que le système sera considéré en limite de stabilité si le SDI prend une valeur nulle. De même, il sera considéré instable si le SDI devient de valeur strictement négative.

2. **La VARiance du signal de commande (en anglais the VARiance of control signal ou VARU) :** Ce critère permet d'observer la valeur moyenne des écarts quadratiques de  $u(k)$  de sa moyenne comme suit [Abdenour, 2001] et [Mamboundou et Langlois, 2011] :

$$VARU(k) = u(\bar{k})^2 - [u(\bar{k})]^2. \quad (1.43)$$

où  $\bar{u}$  est la valeur moyenne de  $u$ .

3. **Le temps de montée (en anglais Rise Time ou RT) :** entre 10% et 90%.
4. **Le temps de réponse (en anglais Settling Time ou ST) :** choisi inférieur à 2%.
5. **Le dépassement (en anglais OVershoot ou OV) :** Ce critère présente le dépassement maximal sur les signaux de sortie.
6. **La moyenne de l'erreur de poursuite ou MTE :** Ce critère est utilisé pour évaluer la précision du système à chaque pas d'échantillonnage.
7. **L'énergie du signal de commande (en anglais Control Signal Energy ou CSE) :** [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2010]

$$CSE = \sum_{k=0}^{ST} u^2(k) \quad (1.44)$$

8. **L'énergie de l'effort du signal de commande (en anglais Control Effort Energy ou CEE) :**  
[Bagheri et Khaki-Sedigh, 2010]

$$CEE = \sum_{k=0}^{ST} \Delta u^2(k) \quad (1.45)$$

9. **Le conditionnement de la matrice Hessienne ou  $Cond(H)$  :** Ce critère sera expliqué en détails dans le prochain chapitre [Watkins, 2002] et [Wang, 2009] :

$$cond(H) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (1.46)$$

## 1.6 Conclusion

Ce chapitre a présenté dans un premier temps, un aperçu général sur la commande prédictive, son historique, ses différents domaines d'application ainsi que ses principes fondamentaux afin de bien l'appréhender. Dans un deuxième temps, nous avons effectué un état de l'art sur les stratégies de réglage de la MPC et nous nous sommes attardés sur les motivations qui ont menées ces travaux de recherche et la problématique de l'adaptabilité du contrôleur prédictif. Dans un troisième temps et finalement, la formulation à base d'état de la MPC a été détaillée dans les cas possibles : lorsque les contraintes d'inégalité linéaires sont présentes ou non.

Dans le prochain chapitre, une approche basique de réglage des paramètres de la MPC sera proposée. Nous verrons que cette approche à caractère heuristique représente une méthode efficace de trouver une combinaison de  $(N_c, N_p, \lambda)$  garantissant la stabilité du système à contrôler en boucle fermée.

PROPOSITION D'UNE APPROCHE DE  
RÉGLAGE HEURISTIQUE DE LA  
COMMADE PRÉDICTIVE

**Sommaire**

---

<b>2.1 Introduction</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>2.2 Intégration de la pondération exponentielle</b> . . . . .	<b>29</b>
2.2.1 Définition du conditionnement d'une matrice . . . . .	29
2.2.2 Amélioration du conditionnement de la matrice Hessienne . . . . .	30
2.2.3 Formulation de la fonction coût à pondération exponentielle . . . . .	30
2.2.4 Formulation de la loi de commande prédictive à pondération exponentielle . .	31
2.2.5 Choix de la pondération exponentielle . . . . .	32
2.2.6 Intérêts de la pondération exponentielle décroissante . . . . .	33
Amélioration du conditionnement de $H$ . . . . .	33
Garantie de la stabilité asymptotique . . . . .	33
<b>2.3 Proposition d'une approche heuristique</b> . . . . .	<b>35</b>
2.3.1 Stratégie de réglage proposée . . . . .	35
<b>2.4 Applications numériques</b> . . . . .	<b>37</b>
2.4.1 Application à un système SISO . . . . .	37
2.4.2 Application à un système MIMO . . . . .	40
<b>2.5 Conclusion</b> . . . . .	<b>43</b>

---

## 2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons dressé un état de l'art sur la commande prédictive et ses différentes stratégies de réglage identifiées dans la littérature. Dans ce chapitre, une approche heuristique de réglage des paramètres de la commande prédictive est présentée. Nous proposons une méthode hors ligne applicable aux systèmes MIMO observables et commandables lorsque les contraintes ne sont pas prises en compte. Nous nous efforcerons de montrer ces avantages majeurs d'un point de vue stabilité du système en boucle fermée et temps de calcul. Deux applications numériques (un premier système SISO et un deuxième MIMO) seront présentées à la fin de ce chapitre afin de montrer l'intérêt et la pertinence de l'approche proposée comparée à quelques approches de réglage de la littérature.

## 2.2 Intégration de la pondération exponentielle

Dans l'objectif d'établir une approche heuristique de calcul des paramètres de la MPC, le concept de stabilité numérique est considéré. En effet, la notion de stabilité numérique concerne principalement le conditionnement d'une matrice non singulière [Heath, 2002]. Généralement, cette matrice est la matrice Hessienne.

### 2.2.1 Définition du conditionnement d'une matrice

Dans la formulation de la MPC, l'incrément de commande déjà présenté dans le premier chapitre est donné par l'expression suivante [De Keyser, 2009] :

$$\Delta U = \overbrace{(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}}^H \Phi^T (Y_{des} - Fx(k)) \quad (2.1)$$

où les matrices  $F$  et  $\Phi$  sont présentées respectivement dans les équations (1.13) et (1.14). Admettons, à ce stade, que l'inverse de  $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}$  existe. Cette hypothèse est prise en compte dans la détermination analytique des facteurs de pondération. Les détails sont exposés dans la partie 3.2.3. Soit  $H$  la matrice Hessienne de dimensions  $(n_{in} Nc \times n_{in} Nc)$  définie par :

$$H = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \quad (2.2)$$

La matrice Hessienne est sensible aux valeurs propres de la matrice  $A$  situées sur ou en dehors du cercle unité. L'évaluation du conditionnement de  $H$  se fait à partir de [Watkins, 2002] :

$$\begin{aligned} cond(H) &= \|H\|_2 \cdot \|H^{-1}\|_2; \\ &= \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

où  $\sigma_{max}$  et  $\sigma_{min}$  sont respectivement le maximum et le minimum des valeurs singulières de  $H$  [Mamboundou, 2013]. Par conséquent, le conditionnement d'une matrice indique combien cette dernière est proche d'être singulière : En effet, plus le critère (2.3) est élevé, plus la matrice est proche d'être singulière, alors qu'une matrice ayant un conditionnement proche de l'unité, est loin d'être singulière [Heath, 2002].



### 2.2.2 Amélioration du conditionnement de la matrice Hessienne

D'après la littérature, plusieurs méthodes permettent d'améliorer le conditionnement d'une matrice Hessienne. En effet, [Wills et Heath, 2003] proposent de se baser sur une projection numérique stable tout en réécrivant les formules de la matrice Hessienne. [Lauri *et al.*, 2010] suggèrent l'utilisation d'une méthode à variable latente avec la génération de la loi de commande prédictive. L'implémentation de ces deux méthodes nécessite un temps considérable de calcul [Mamboundou, 2013]. [Rojas *et al.*, 2004] proposent une stratégie d'amélioration visant à combiner la décomposition des valeurs singulières (en anglais Decomposition of Singular Values SVD) et le principe de l'horizon fuyant. Une commande sous-optimale est produite en négligeant les valeurs singulières de valeurs minimales de la matrice Hessienne. [De Keyser, 2009] propose de résoudre le problème d'amélioration de  $H$  en utilisant l'analyse des composantes principales (en anglais Principal Component Analysis PCA). Cette approche est semblable à celle proposée par [Rojas *et al.*, 2004]. Ces deux méthodes ne peuvent pas systématiquement conduire à des résultats satisfaisants par comparaison avec les travaux publiés dans [Wang, 2001], [Wang, 2003] et [Wang, 2009]. Wang recommande l'utilisation d'une pondération exponentielle des données dans la formulation de la fonction coût. Sa technique dédiée aux systèmes linéaires stationnaires fournit une méthode pratique et simple à intégrer. Cette approche a été étendue pour les systèmes variant dans le temps [Mamboundou, 2013] et sera adoptée dans la proposition de l'approche de réglage heuristique des paramètres de la commande prédictive.

Dans le paragraphe suivant, nous adoptons l'intégration de la pondération exponentielle dans la formulation de la commande prédictive.

### 2.2.3 Formulation de la fonction coût à pondération exponentielle

Soit la forme de la fonction coût de la MPC à pondération exponentielle [Mamboundou, 2013] :

$$J_\alpha = \alpha^{-2}(Y_{des} - \hat{Y})^T Q_\alpha (Y_{des} - \hat{Y}) + \alpha^{-2} \Delta U^T \bar{R}_\alpha \Delta U \quad (2.4)$$

où :

$$\alpha = e^{\mu_p T_s}$$

$$Q_\alpha = \alpha^2 I_{(n_{out} N_p \times n_{out} N_p)}$$

$$\bar{R}_\alpha = \alpha^2 \bar{R}$$

Sachant que  $T_s$  est la période d'échantillonnage,  $\mu_p$  le degré de stabilité au sens de [Anderson *et al.*, 1971] et  $\alpha$  la pondération exponentielle. La sortie prédite par le contrôleur prédictif (1.12) est :

$$\hat{Y} = Fx(k) + \Phi \Delta U \quad (2.5)$$

Par conséquent, la substitution de l'expression de la sortie prédite (1.12) dans l'équation (2.4) conduit à :

$$\begin{aligned} J_\alpha &= \alpha^{-2} (Y_{des} - Fx(k) - \Phi \Delta U)^T Q_\alpha (Y_{des} - Fx(k) - \Phi \Delta U) + \alpha^{-2} \Delta U^T \bar{R}_\alpha \Delta U \\ &= \left( \alpha^{-1} (Y_{des} - Fx(k))^T + \alpha^{-1} (-\Phi \Delta U)^T \right) Q_\alpha \left( \alpha^{-1} (Y_{des} - Fx(k)) \right. \\ &\quad \left. + \alpha^{-1} (-\Phi \Delta U) \right) + \alpha^{-2} \Delta U^T \bar{R}_\alpha \Delta U \end{aligned}$$

D'où :

$$J_\alpha = \left( \overbrace{(\alpha^{-1}Y_{des} - F\alpha^{-1}x(k))}^{\check{Y}_{des}} \right)^T - (\Phi \overbrace{\alpha^{-1}\Delta U}^{\check{\Delta U}})^T \Big) Q_\alpha \left( \overbrace{(\alpha^{-1}Y_{des} - F\alpha^{-1}x(k))}^{\check{Y}_{des}} - \overbrace{(\Phi \alpha^{-1}\Delta U)}^{\check{\Delta U}} \right) + \overbrace{\alpha^{-1}\Delta U^T}^{\check{\Delta U}^T} \overbrace{\bar{R}_\alpha \alpha^{-1}\Delta U}^{\check{\Delta U}}$$

Admettons à ce niveau que :

$$\begin{cases} \check{Y}_{des} &= \alpha^{-1}Y_{des} \\ \check{Y} &= \alpha^{-1}\hat{Y} \\ \check{\Delta U} &= \alpha^{-1}\Delta U \\ \check{x}(k) &= \alpha^{-1}x(k) \end{cases}$$

La fonction coût pondérée devient alors :

$$J_\alpha = \left( (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k))^T - (\Phi \check{\Delta U})^T \right) Q_\alpha \left( (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k)) - (\Phi \check{\Delta U}) \right) + \check{\Delta U}^T \bar{R}_\alpha \check{\Delta U}$$

Soit une nouvelle matrice  $\check{\Psi}$  définie par :

$$\check{\Psi} = \check{Y}_{des} - F\check{x}(k) \quad (2.6)$$

Écrivons alors la fonction  $J_\alpha$  d'une manière plus développée comme suit :

$$J_\alpha = \check{\Psi}^T Q_\alpha \check{\Psi} - \check{\Psi}^T Q_\alpha \Phi \check{\Delta U} - (\Phi \check{\Delta U})^T Q_\alpha \check{\Psi} + (\Phi \check{\Delta U})^T Q_\alpha (\Phi \check{\Delta U}) + \check{\Delta U}^T \bar{R}_\alpha \check{\Delta U} \quad (2.7)$$

## 2.2.4 Formulation de la loi de commande prédictive à pondération exponentielle

Afin d'établir l'expression de l'incrément de commande qui minimise la fonction coût pondérée  $J_\alpha$ , nous devons appliquer la condition d'optimalité suivante :

$$\frac{\partial J_\alpha}{\partial \check{\Delta U}} = 0 \quad (2.8)$$

C'est-à-dire :

$$\frac{\overbrace{\partial \check{\Psi}^T Q_\alpha \check{\Psi}}^{DJ_{1\alpha}}}{\partial \check{\Delta U}} - \frac{\overbrace{\partial \check{\Psi}^T Q_\alpha \Phi \check{\Delta U}}^{DJ_{2\alpha}}}{\partial \check{\Delta U}} - \frac{\overbrace{\partial (\Phi \check{\Delta U})^T Q_\alpha \check{\Psi}}^{DJ_{3\alpha}}}{\partial \check{\Delta U}} + \frac{\overbrace{\partial (\Phi \check{\Delta U})^T Q_\alpha (\Phi \check{\Delta U})}^{DJ_{4\alpha}}}{\partial \check{\Delta U}} + \frac{\overbrace{\partial \check{\Delta U}^T \bar{R}_\alpha \check{\Delta U}}^{DJ_{5\alpha}}}{\partial \check{\Delta U}} = 0$$

Le calcul de chacune des expressions  $DJ_{1\alpha}$  (51),  $DJ_{2\alpha}$  (52),  $DJ_{3\alpha}$  (53),  $DJ_{4\alpha}$  (54) et  $DJ_{5\alpha}$  (55) est détaillé dans l'Annexe A. Par conséquent, l'expression de  $\frac{\partial J_\alpha}{\partial \check{\Delta U}}$  devient :

$$\frac{\partial J_\alpha}{\partial \check{\Delta U}} = -\check{\Psi}^T Q_\alpha \Phi - \Phi^T Q_\alpha \check{\Psi} + 2\Phi^T Q_\alpha \Phi \check{\Delta U} + 2\bar{R}_\alpha \check{\Delta U}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_\alpha}{\partial \check{\Delta U}} = 0 &\Leftrightarrow \check{\Psi}^T Q_\alpha \Phi + \Phi^T Q_\alpha \check{\Psi} = 2\Phi^T Q_\alpha \Phi \check{\Delta U} + 2\bar{R}_\alpha \check{\Delta U} \\ &\Rightarrow \check{\Psi}^T Q_\alpha \Phi + \Phi^T Q_\alpha \check{\Psi} = 2(\Phi^T Q_\alpha \Phi + \bar{R}_\alpha) \check{\Delta U} \end{aligned}$$

Admettons que la matrice  $(\Phi^T Q_\alpha \Phi + \bar{R}_\alpha)$  soit inversible. Finalement, l'incrément de commande  $\Delta\check{U}$  minimisant la fonction coût pondérée  $J_\alpha$  est :

$$\Delta\check{U} = \frac{1}{2}(\Phi^T Q_\alpha \Phi + \bar{R}_\alpha)^{-1}(\check{\Psi}^T Q_\alpha \Phi + \Phi^T Q_\alpha \check{\Psi}) \quad (2.9)$$

Or la matrice  $Q_\alpha$  est définie par  $Q_\alpha = \alpha^2 I_{(n_{out}N_p \times n_{out}N_p)}$ . D'où :

$$\begin{aligned} \Delta\check{U} &= \frac{1}{2}(\Phi^T \alpha^2 I_{(n_{out}N_p \times n_{out}N_p)} \Phi + \bar{R}_\alpha)^{-1}(\check{\Psi}^T \alpha^2 I_{(n_{out}N_p \times n_{out}N_p)} \Phi + \Phi^T \alpha^2 I_{(n_{out}N_p \times n_{out}N_p)} \check{\Psi}) \\ &= \frac{1}{2}\alpha^{-2}(\Phi^T \Phi + \bar{R}_\alpha)^{-1}\alpha^2(\check{\Psi}^T \Phi + \Phi^T \check{\Psi}) \\ &\Rightarrow \Delta\check{U} = \frac{1}{2}(\Phi^T \Phi + \bar{R}_\alpha)^{-1}(\check{\Psi}^T \Phi + \Phi^T \check{\Psi}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Selon le principe de l'horizon fuyant, seulement les  $n_{in}$  premiers éléments de l'incrément de commande  $\Delta\check{U}$  seront appliqués au procédé :

$$\begin{aligned} \check{u}(k) &= \check{u}(k-1) + \Delta\check{u}(k) \\ \check{u}(k) &= \check{u}(k-1) + \overbrace{\begin{bmatrix} I_m & 0_m & \cdots & 0_m \end{bmatrix}}^{n_{in}N_c} \frac{1}{2}(\Phi^T \Phi + \bar{R}_\alpha)^{-1}(\check{\Psi}^T \Phi + \Phi^T \check{\Psi}). \end{aligned}$$

avec  $\check{u}(k) = \alpha^{-1}u(k)$ .

### 2.2.5 Choix de la pondération exponentielle

Dans le cas où la pondération exponentielle  $\alpha$  est égale à l'unité, nous retrouvons exactement la formulation de la commande prédictive sans pondération exponentielle présentée dans le premier chapitre. Afin de montrer l'intérêt d'utiliser cette pondération, nous allons étudier les deux cas possibles : une pondération exponentielle croissante et une pondération exponentielle décroissante.

**Pondération exponentielle croissante** Dans le cas où la pondération exponentielle est croissante,  $\alpha$  est inférieur à 1. Par conséquent, l'accent est mis sur les états futurs  $x(k+j|k)$  en dégradant les états à l'instant présent.

**Pondération exponentielle décroissante** Dans le cas où la pondération exponentielle est décroissante,  $\alpha$  est supérieur à 1. Par conséquent, l'accent est mis sur l'état à l'instant présent  $x(k+j|k)$  en dégradant les états futurs.

Le choix de la pondération dans ce manuscrit est basé sur deux facteurs :

1. La loi de commande considérée est la commande prédictive. Cette dernière s'appuie sur le principe de l'horizon fuyant. En d'autres termes, à l'instant  $k$ , les  $n_{in}$  premiers termes dans l'incrément de commande sont appliqués au processus et à l'instant suivant  $k+1$ , l'incrément de commande est recalculé et encore ses premiers  $n_{in}$  éléments sont considérés. Donc, une pondération exponentielle décroissante est plus adaptée à la formulation de la commande prédictive.

2. Les travaux de [Wang, 2001], [Wang, 2003], [Wang, 2004] et [Wang, 2009] montrent qu'en utilisant une pondération exponentielle décroissante, le problème de stabilité numérique associé à la commande prédictive est résolu. En effet, le principe de la pondération exponentielle fait convertir le modèle augmenté  $(A, B)$  déjà introduit dans (1.8) en une nouvelle forme  $(\alpha^{-1}A, \alpha^{-1}B)$ . Admettons que  $|\nu^{max}(A)|$  soit la valeur propre maximale de la matrice  $A$  en valeur absolue. Par conséquent, si nous choisissons une pondération  $\alpha > |\nu^{max}(A)|$ , la nouvelle matrice  $\alpha^{-1}A$  aura alors sa valeur propre maximale, en valeur absolue, inférieure à l'unité [Wang, 2009]. Par exemple, si nous supposons que le modèle d'état est stable et que la matrice augmentée  $A$  possède une valeur propre égale à 1, alors, en posant  $\alpha = 1.1$ , toutes les valeurs propres de  $A$  seront divisées par la valeur 1.1. Par conséquent, la nouvelle forme du modèle d'état devient asymptotiquement stable avec toutes les valeurs propres à l'intérieur du cercle unité [Wang, 2009] et [Turki *et al.*, 2017b].

## 2.2.6 Intérêts de la pondération exponentielle décroissante

### Amélioration du conditionnement de $H$

Le concept de la pondération exponentielle a été initié par [Anderson *et al.*, 1971] et étendu par la suite par [Wang, 2001], [Wang, 2003], [Wang, 2004] et [Wang, 2009]. Selon les travaux de [Wang, 2009], une relation étroite existe entre la pondération exponentielle choisie et le conditionnement de la matrice Hessienne déjà introduit dans (2.3). Dans le Tableau 2.1, nous considérons un exemple numérique donné par les matrices initiales suivantes :

$$A_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}; C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Étudions l'évolution du conditionnement de  $H$  pour trois cas :

- Cas 1 : pondération exponentielle croissante  $\alpha = 1/1.2$ .
- Cas 2 : aucune pondération exponentielle  $\alpha = 1$ .
- Cas 3 : pondération exponentielle décroissante  $\alpha = 1.2$ .

Dans le Tableau 2.1, il a été montré par [Wang, 2009] que la valeur du conditionnement  $\text{cond}(H)$  devient presque invariante dans le cas où la pondération décroissante est appliquée. Cela mène à une amélioration significative de la stabilité numérique du procédé à commander. Par conséquent, l'utilisation d'un horizon de prédiction 10 ou 300 n'affecte pas le conditionnement de la Hessienne. Ce concept est important dans le choix des paramètres de la commande prédictive. En effet, en adoptant une pondération exponentielle décroissante, l'utilisation d'un large horizon de prédiction devient faisable sans dégrader les conditions de calcul et de minimisation de la fonction coût.

### Garantie de la stabilité asymptotique

Un autre avantage de l'utilisation de la pondération exponentielle est la garantie de la stabilité du système en boucle fermée. En effet et comme nous l'avons mentionné précédemment, l'intégration

TABLEAU 2.1 – Évolution du conditionnement de la matrice Hessienne  $H$  en fonction de la pondération exponentielle choisie [Wang, 2009]

$N_p$	$\alpha$	$\nu^{\min}(H)$	$\nu^{\max}(H)$	$\text{cond}(H)$
10	1/1.2	69.5	$2.44 \text{ e}^{05}$	$3.52 \text{ e}^{03}$
30	1/1.2	$3.46 \text{ e}^{05}$	$4.59 \text{ e}^{10}$	$1.32 \text{ e}^{05}$
300	1/1.2	$3.1 \text{ e}^{48}$	$3.5 \text{ e}^{57}$	$1.13 \text{ e}^{09}$
10	1	9.85	$1.01 \text{ e}^{04}$	$1.03 \text{ e}^{03}$
30	1	279.5	$2.43 \text{ e}^{06}$	$8.7 \text{ e}^{03}$
300	1	$2.85 \text{ e}^{05}$	$2.43 \text{ e}^{11}$	$8.64 \text{ e}^{05}$
10	1.2	1.98	561.4	283.5
30	1.2	5.0	$1.83 \text{ e}^{03}$	365.2
300	1.2	5.11	$1.86 \text{ e}^{03}$	362.9

du concept de pondération exponentielle décroissante dans la formulation de la commande prédictive permet de transformer la paire de matrice  $(A, B)$  déjà introduite dans (1.8) en une nouvelle forme  $(\alpha^{-1}A, \alpha^{-1}B)$  où  $\alpha = e^{\mu_p j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_p$  assurant la stabilité du système augmenté. En plus, la stabilité asymptotique de la commande prédictive est vérifiée lorsque l'horizon de prédiction utilisé est de valeur infinie.

**Théorème 2.2.1.** [Wang, 2009] Soit le modèle d'état stable suivant :

$$x(k + j + 1|k) = Ax(k + j|k) + B\Delta u(k + j) \quad (2.11)$$

La solution optimale de  $\Delta u(k + j)$  minimisant la fonction coût  $J_\alpha$  suivante :

$$J_\alpha = \sum_{j=1}^{\infty} \alpha^{-2j} x(k + j|k)^T Q_\alpha x(k + j|k) + \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^{-2j} \Delta u(k + j)^T R_\alpha \Delta u(k + j) \quad (2.12)$$

est la même que celle minimisant la fonction coût d'origine suivante :

$$J = \sum_{j=1}^{\infty} x(k + j|k)^T Q x(k + j|k) + \sum_{j=0}^{\infty} \Delta u(k + j)^T R \Delta u(k + j) \quad (2.13)$$

en prenant les nouvelles matrices  $Q_\alpha$  et  $R_\alpha$  comme suit :

$$\gamma_\alpha = 1/\alpha$$

$$Q_\alpha = \gamma_\alpha^2 Q + (1 - \gamma_\alpha^2) P_\infty$$

$$R_\alpha = \gamma_\alpha^2 R$$

où  $P_\infty$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati donnée par :

$$A^T [P_\infty - P_\infty B (R + B^T P_\infty B)^{-1} B^T P_\infty] A + Q - P_\infty = 0$$

Par conséquent, un large horizon de prédiction pourrait être utilisé sans détériorer la stabilité numérique du système. Dans la suite,  $N_p \mapsto \infty$  est choisi afin de garantir la stabilité asymptotique du système en boucle fermée.

## 2.3 Proposition d'une approche heuristique

Dans cette section, une approche de réglage heuristique est proposée. Celle-ci est applicable aux contrôleurs prédictifs dédiés aux systèmes multivariables. L'intérêt de proposer une telle méthode est de pouvoir comparer l'approche de réglage analytique proposée dans le chapitre suivant avec une approche que nous pouvons classer comme "cartographique" présentée dans cette partie. Cette dénomination est justifiée par le balayage d'une zone de fonctionnement des paramètres de la MPC la plus large possible puis le choix à la fin d'une combinaison de  $(N_c, N_p, \lambda)$  assurant les performances désirées. Nous verrons que cette approche ne peut être appliquée qu'hors ligne en raison du temps de calcul nécessaire à l'obtention des paramètres de la MPC. Par conséquent, nous désignons dans ce manuscrit cette approche de réglage proposée par "approche Cartographique Non Adaptative des paramètres de la MPC : CNAMPC".

### 2.3.1 Stratégie de réglage proposée

Cette partie est consacrée à l'explication de l'approche CNAMPC proposée qui est un moyen simple et basique de déterminer une combinaison des paramètres  $(N_c, N_p, \lambda)$  de la commande prédictive. Les valeurs calculées permettent au contrôleur d'atteindre les performances souhaitées en termes de stabilité, de précision et de rapidité.

Le logigramme de l'approche heuristique proposée est donné dans la Figure 2.1.

Les différentes étapes de l'approche de réglage heuristique proposée sont les suivantes :

- ⊗ **Initialisation** : Initialisation de  $Y_{des}$  en tant que consigne de type échelon et des paramètres de la MPC  $N_c = 0$ ,  $N_p = 1$  et  $\lambda = 0$ .
- ⊗ **Étape 1** : Incrémenter  $N_c$  de 1 ( Sachant que  $N_c \in \mathbb{N}^*$  et  $N_c < N_p$ ).
- ⊗ **Étape 2** : Incrémenter  $N_p$  de 1 ( Sachant que  $N_p \in \mathbb{N}^*$ ).
- ⊗ **Étape 3** : Incrémenter  $\lambda$  de  $10^{-3}$  ( Sachant que  $\lambda \in \mathbb{R}^{*+}$ ). Un pas d'itération de  $10^{-3}$  est considéré arbitrairement afin de balayer une zone de fonctionnement large sans dégrader les conditions de calcul de la MPC.
- ⊗ **Étape 4** : Calculer la réponse indicielle du système bouclé en se basant sur les équations (2.10) et (2.5).
- ⊗ **Condition 1** : Vérifier la stabilité du système en boucle fermée en se basant sur le critère SDI. Dans le cas où le système est instable, il faut retourner à l'étape 2.
- ⊗ **Étape 5** : Calculer les critères de performances. En effet, le choix des valeurs optimales des paramètres de la commande prédictive est basé sur quatre critères :
  1. Le degré de stabilité SDI
  2. La moyenne de l'erreur de poursuite MTE
  3. Le temps de montée RT
  4. Le temps de réponse ST

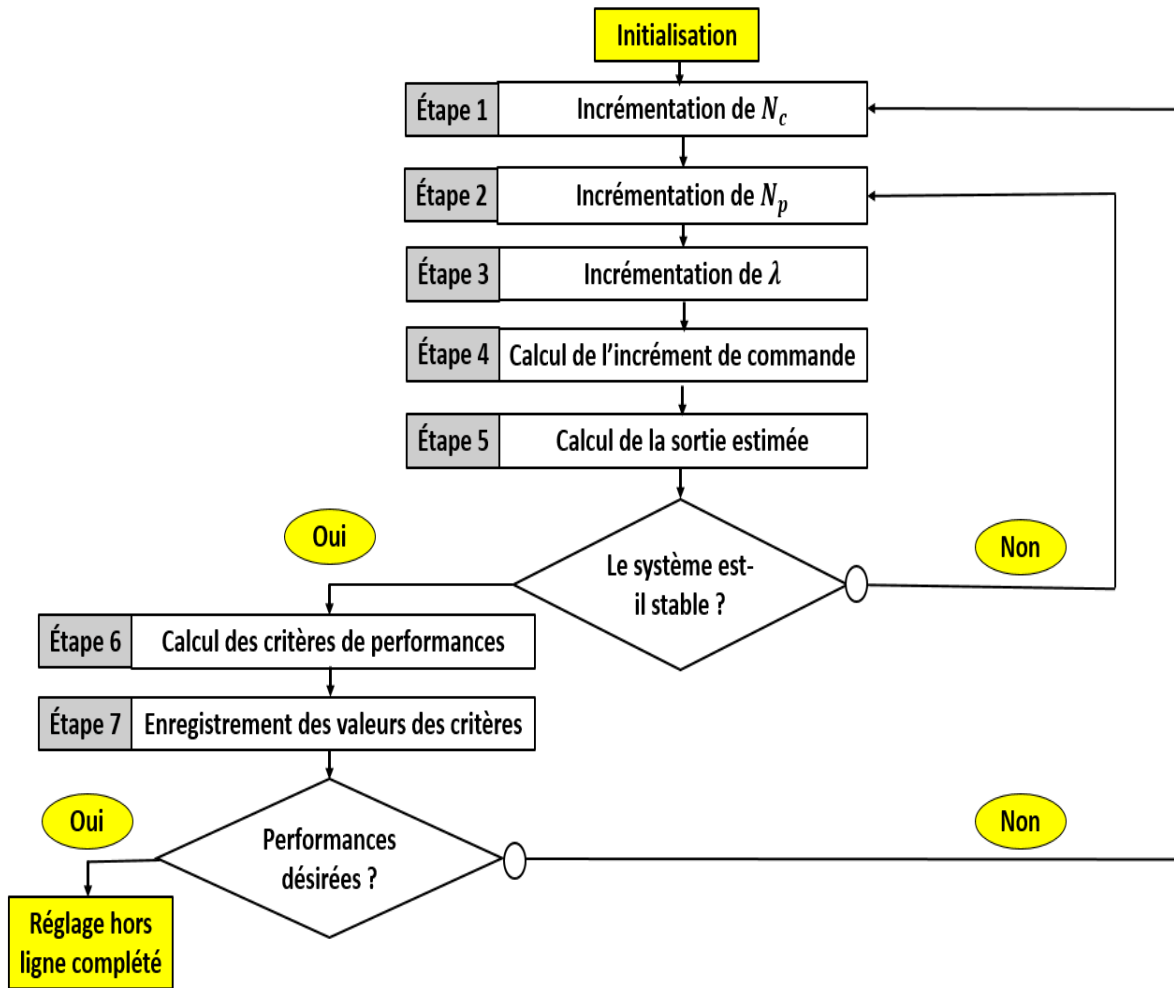


FIGURE 2.1 – Logigramme de l'approche CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b]

Notons que les deux derniers critères sont utilisés afin d'évaluer la rapidité du système.

- ⊗ **Étape 6** : Enregistrer les valeurs numériques de ces quatre critères de performances.
- ⊗ **Condition 2** : Vérifier si les performances désirées correspondent aux performances obtenues. Pour cela, le critère suivant est considéré :

$$Select(k) = \delta_1 SDI(k) + \delta_2 SE(k) + \delta_3 RT(k) + \delta_4 ST(k). \quad (2.14)$$

où  $\{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4\}$  sont respectivement les pondérations associées aux critères de stabilité (SDI), de précision (MTE), de rapidité au niveau du temps de montée (RT) et au niveau de temps de réponse (ST). Ils doivent être définis par le concepteur de telle manière à ce qu'ils vérifient la propriété suivante :

$$\sum_{i=1}^4 \delta_i = 1; i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.15)$$

Dans le cas où le critère *Select* n'est pas vérifié, retournons à l'étape 1.

Les paramètres de la MPC ne sont retenus que si le critère SDI appartient à l'intervalle ouvert  $]0, 1[$ . Pour cela, l'algorithme parcourt une zone de définition du processus à contrôler la plus large

possible et sélectionne dans la suite les paramètres de la MPC qui assurent la stabilité en analysant le comportement du procédé en boucle fermée. C'est pourquoi le calcul du SDI permet ainsi de vérifier le degré de stabilité du système en boucle fermée à chaque itération.

## 2.4 Applications numériques

Dans cette section, deux applications numériques sont considérées : La première à un système monovariante et la seconde à un système multivariable. Les pondérations attribuées arbitrairement aux critères de performances désirées pour chacune des applications considérées sont fixées comme suit :  $\{\delta_1 = 0.7, \delta_2 = 0.1, \delta_3 = 0.1, \delta_4 = 0.1\}$ . Le critère qui est mis dans le cas présent en priorité est la stabilité du système en boucle fermée alors que la précision et la rapidité ont une importance moindre mais situées au même niveau.

### 2.4.1 Application à un système SISO

D'après les travaux de [Bordons et Camacho, 1998], tout procédé peut être approximé par un système du premier ordre avec retard (en anglais First Order Plus Dead Time ou FOPDT) à des fins de contrôle. Par conséquent, l'approche de réglage heuristique de la commande prédictive proposée peut être étendue à d'autres exemples de processus.

Considérons le système suivant [Schwarz *et al.*, 2010] :

$$G(s) = \frac{1}{1 + 0.5s} e^{-s} \quad (2.16)$$

Afin de montrer la pertinence de l'approche proposée, nous proposons de comparer notre approche CNAMPC à :

- a) Deux approches heuristiques à base d'ANOVA [Iglesias *et al.*, 2006] et [Ebrahimi *et al.*, 2015].
- b) Une approche heuristique à base de filtrage [Schwarz *et al.*, 2010].
- c) Une approche analytique [Sridhar et Cooper, 1998].

Les approches de réglage de la commande prédictive étudiées par [Shridhar et Cooper, 1997b] et [Iglesias *et al.*, 2006] proposent chacune une technique de calcul analytique dédiée à tout système du premier ordre avec retard s'écrivant sous la forme générale suivante :

$$G_{fopdt}(s) = \frac{K_{fopdt} e^{-\theta_{fopdt}s}}{\tau_{fopdt}s + 1} \quad (2.17)$$

Nous avons regroupé ces techniques de calcul dans le Tableau 2.2.

Dans le Tableau 2.3 nous trouvons les valeurs numériques des paramètres de la MPC déterminées selon les approches de [Schwarz *et al.*, 2010], [Ebrahimi *et al.*, 2015] et notre approche CNAMPC.

Les résultats de simulation sont présentés dans la Figure 2.2. Une étude comparative peut être établie à partir du Tableau 2.4.

D'après ce dernier, le conditionnement de la matrice Hessienne  $H$  s'est largement amélioré grâce à notre approche. Cette amélioration résulte de l'intégration de la pondération exponentielle décroissante



TABLEAU 2.2 – Techniques de calcul des paramètres de la MPC

	[Shridhar et Cooper, 1997b]	[Iglesias <i>et al.</i> , 2006]
$T_s(s)$	$T_s \leq \frac{\tau_{fopdt}}{10}$ et $\frac{\theta_{fopdt}}{2}$	$T_s \leq \frac{\tau_{fopdt}}{10}$ et $\frac{\theta_{fopdt}}{2}$
$N_c$	$\in \mathbb{N}$ , de 1 à 6	$\in \mathbb{N}$ , de 1 à 6
$N_p$	$\frac{5\tau_{fopdt}}{T_s} + \frac{\theta_{fopdt}}{T_s} + 1$	$\frac{5\tau_{fopdt}}{T_s} + \frac{\theta_{fopdt}}{T_s} + 1$
$\lambda$	$fK_{fopdt}^2$	$1.631K_{fopdt}(\frac{\theta_{fopdt}}{\tau_{fopdt}})^{0.4094}$
$f$	$\begin{cases} 0 & N_c = 1 \\ \frac{N_c}{500}(\frac{3.5\tau_{fopdt}}{T_s} - \frac{N_c-5}{2}) & N_c > 1 \end{cases}$	–

TABLEAU 2.3 – Paramètres de la MPC utilisés dans le cas SISO

	$T_s(s)$	$N_c$	$N_p$	$\lambda$
[Shridhar et Cooper, 1997b]	0.050	03	71	0.216
[Iglesias <i>et al.</i> , 2006]	0.050	03	71	2.166
[Schwarz <i>et al.</i> , 2010]	0.500	03	03-09	1.100
[Ebrahimi <i>et al.</i> , 2015]	0.075	27	41	2.245
[Turki <i>et al.</i> , 2017b]	0.050	01	05	0.408

TABLEAU 2.4 – Performances obtenues du système SISO du premier ordre

	SDI	OV(%)	MTE	RT(s)	cond(H)
[Shridhar et Cooper, 1997b]	0.1490	13.0682	0.0586	9.1071	112.8710
[Iglesias <i>et al.</i> , 2006]	0.1338	10.5556	0.0796	12.3439	112.8710
[Schwarz <i>et al.</i> , 2010]	0.4065	0.5055	0.0243	5.5909	6.7800
[Ebrahimi <i>et al.</i> , 2015]	0.1648	6.9892	0.0667	10.0914	52.8122
[Turki <i>et al.</i> , 2017b]	0.4233	0.5051	0.0103	4.8369	1.0000

dans la formulation de la commande prédictive.

Comme le montre la Figure 2.2, la sortie du système en boucle fermée la plus rapide est celle obtenue grâce à notre approche. En effet, le temps de montée calculé à partir de l'approche CNAMPC est le plus petit comparé à celui des autres approches de réglage. Concernant la précision des signaux de sortie, la totalité des approches de réglage mène à des sorties précises avec une erreur de poursuite qui ne dépasse pas 0.08. Cependant, grâce à notre approche heuristique, nous avons obtenu l'erreur la plus petite. Ce qui nous permet de conclure que nous avons assuré la réponse la plus précise.

Si nous nous intéressons à ce stade à la pondération désirée attribuée au critère de performance prioritaire ( $\delta_1 = 0.7$ ), le critère SDI calculé selon notre approche CNAMPC est environ trois fois meilleur que ceux déterminés selon les approches de [Shridhar et Cooper, 1997b], [Iglesias *et al.*, 2006] et [Ebrahimi *et al.*, 2015]. Comme nous l'avons précisé auparavant, le SDI permet d'évaluer le degré de

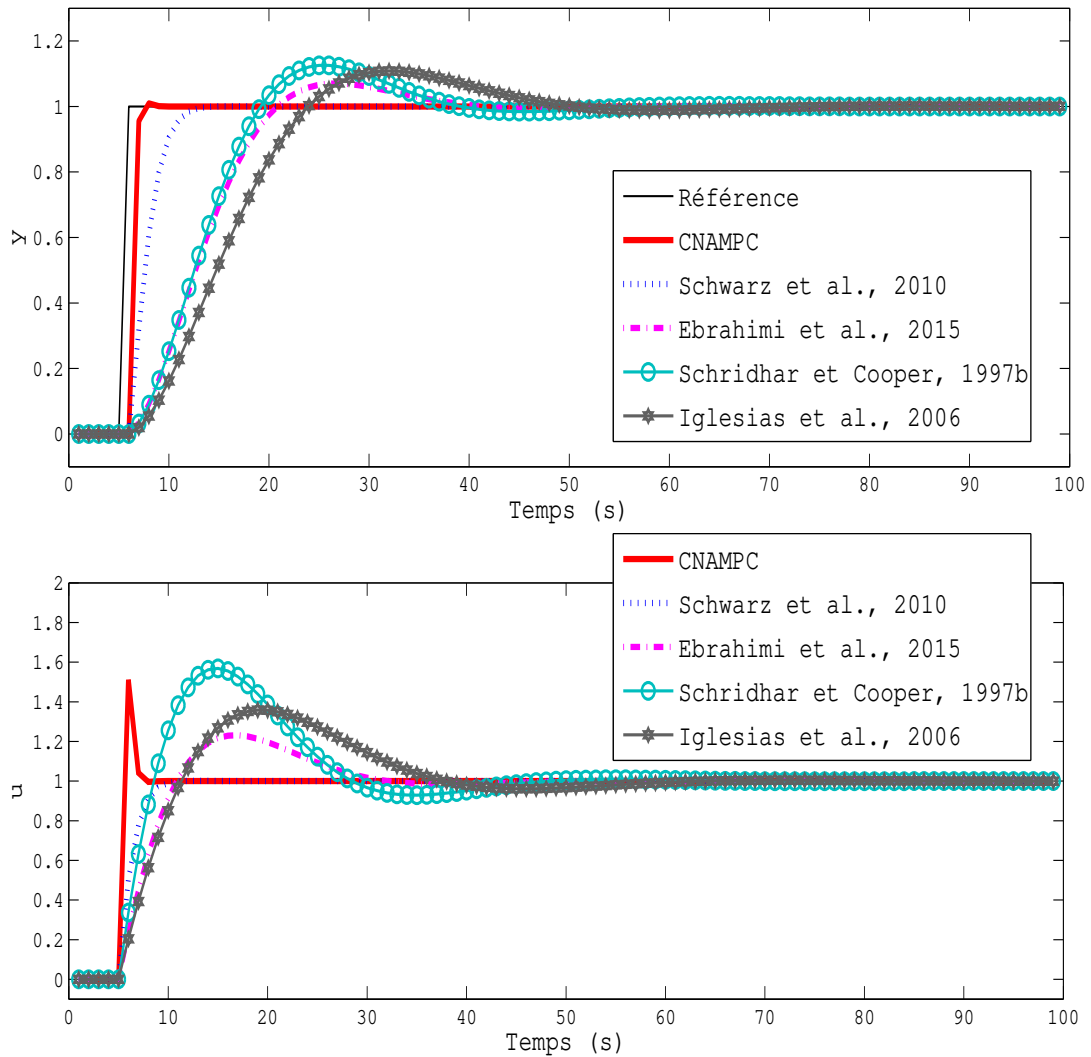


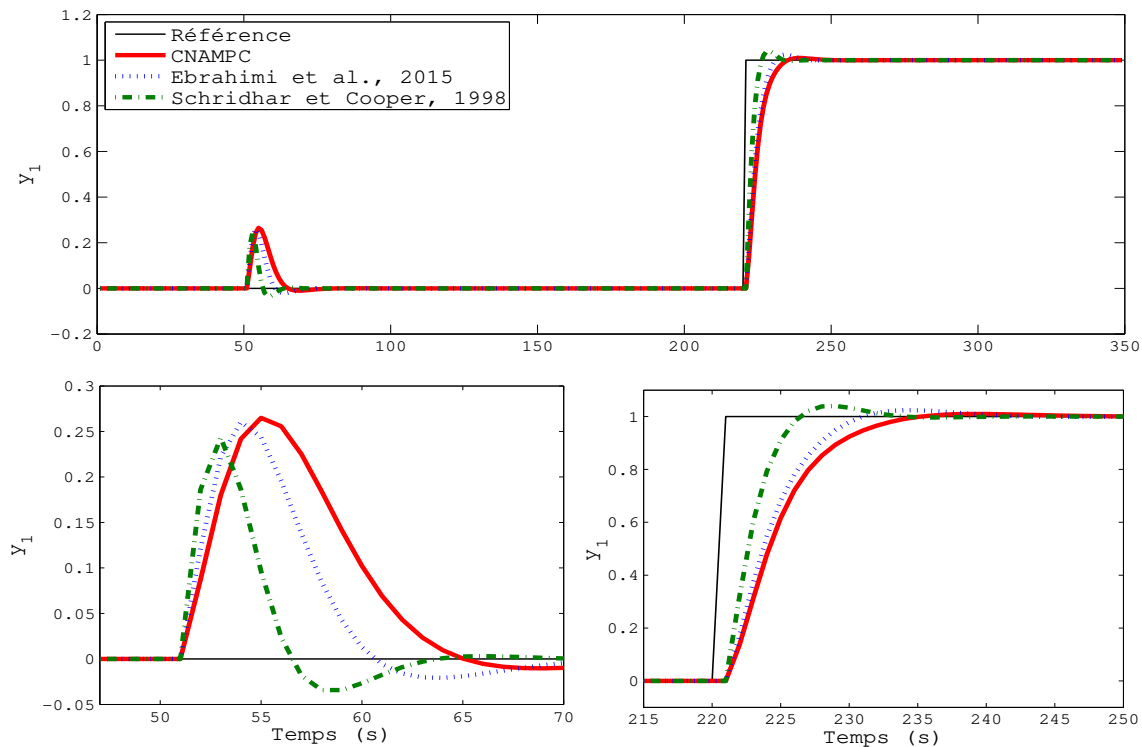
FIGURE 2.2 – Évolution des signaux de sortie  $y$  et de commande  $u$  en fonction du temps

stabilité des sorties des systèmes en boucle fermée. En effet, pour qu'un système soit stable, il faut impérativement que son SDI soit dans l'intervalle  $]0, 1[$ . Plus celui-ci est proche de l'unité, plus le système bouclé est stable. Cette constatation est validée par un autre critère de performance qui est le dépassement, désigné par OV. Nous remarquons que, grâce à notre approche, nous avons réussi à avoir un dépassement plus de vingt-cinq fois plus petit que celui obtenu par l'approche de [Shridhar et Cooper, 1997b]. Ce résultat est important au niveau industriel vu qu'un dépassement élevé peut solliciter d'une manière excessive les actionneurs et peut causer, dans certains cas limites, un dysfonctionnement du procédé, une réduction de durée de vie des actionneurs ou même leurs endommagements.

En conclusion, un bon compromis entre stabilité, précision et rapidité est atteint avec notre approche de réglage CNAMPC. Nous pouvons confirmer que les valeurs des paramètres respectent le critère *Select* et garantissent l'ensemble des performances désirées.

TABLEAU 2.5 – Paramètres de la MPC utilisés dans le cas MIMO

	$T_s(s)$	$N_c$	$N_p$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
[Sridhar et Cooper, 1998]	1	6	18	0.410	0.200
[Ebrahimi <i>et al.</i> , 2015]	1	13	15	1.690	0.830
[Turki <i>et al.</i> , 2017b]	1	1	7	2.369	2.271


 FIGURE 2.3 – Évolution de la sortie  $y_1$  en fonction du temps

### 2.4.2 Application à un système MIMO

Soit le système multivariable à deux entrées et deux sorties représenté par la fonction de transfert sous forme matricielle suivante [Ebrahimi *et al.*, 2015] :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.5e^{-2s}}{3s+1} & \frac{0.6e^{-3s}}{2s+1} \\ \frac{0.6e^{-3s}}{2s+1} & \frac{1.5e^{-2s}}{3s+1} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Nous proposons de comparer notre approche heuristique CNAMPC à :

- Une approche heuristique à base d'ANOVA [Ebrahimi *et al.*, 2015].
- Une approche analytique [Sridhar et Cooper, 1998].

Les paramètres de la MPC utilisés en simulation numérique sont donnés dans le Tableau 2.5.

Les résultats de simulation des signaux de sortie  $y_1$  et  $y_2$  sont donnés respectivement dans les Figures 2.3 et 2.4. Les signaux de commande  $u_1$  et  $u_2$  sont affichés dans les Figures 2.5 et 2.6.

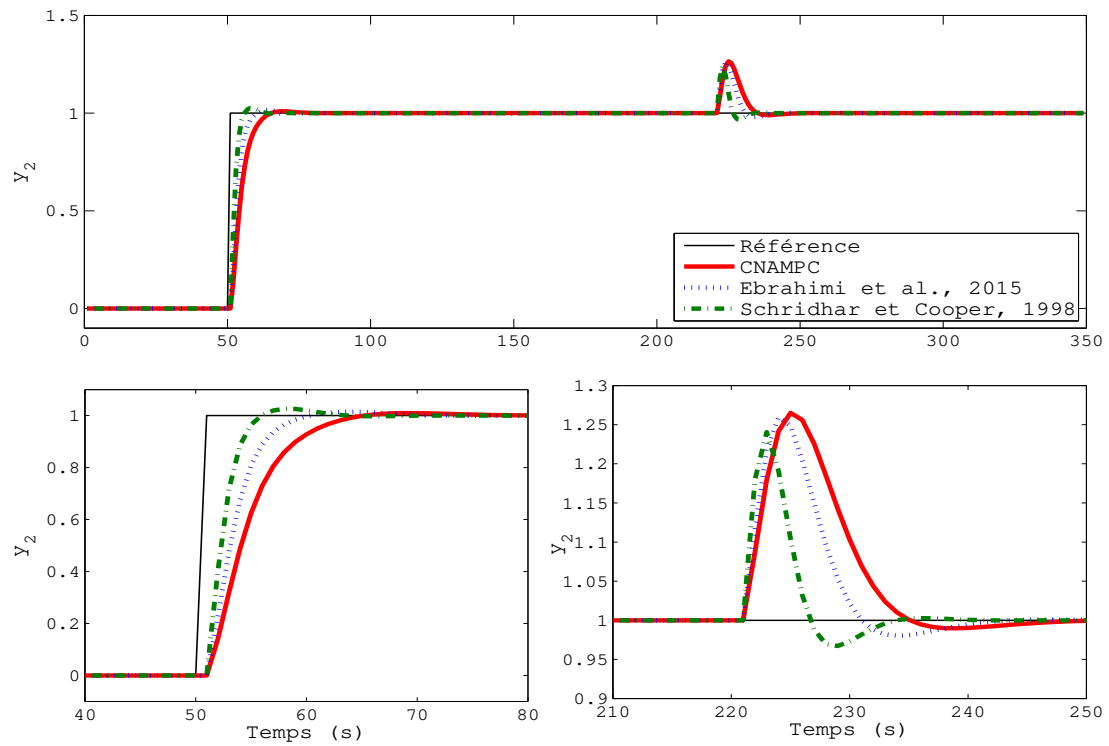


FIGURE 2.4 – Évolution de la sortie  $y_2$  en fonction du temps

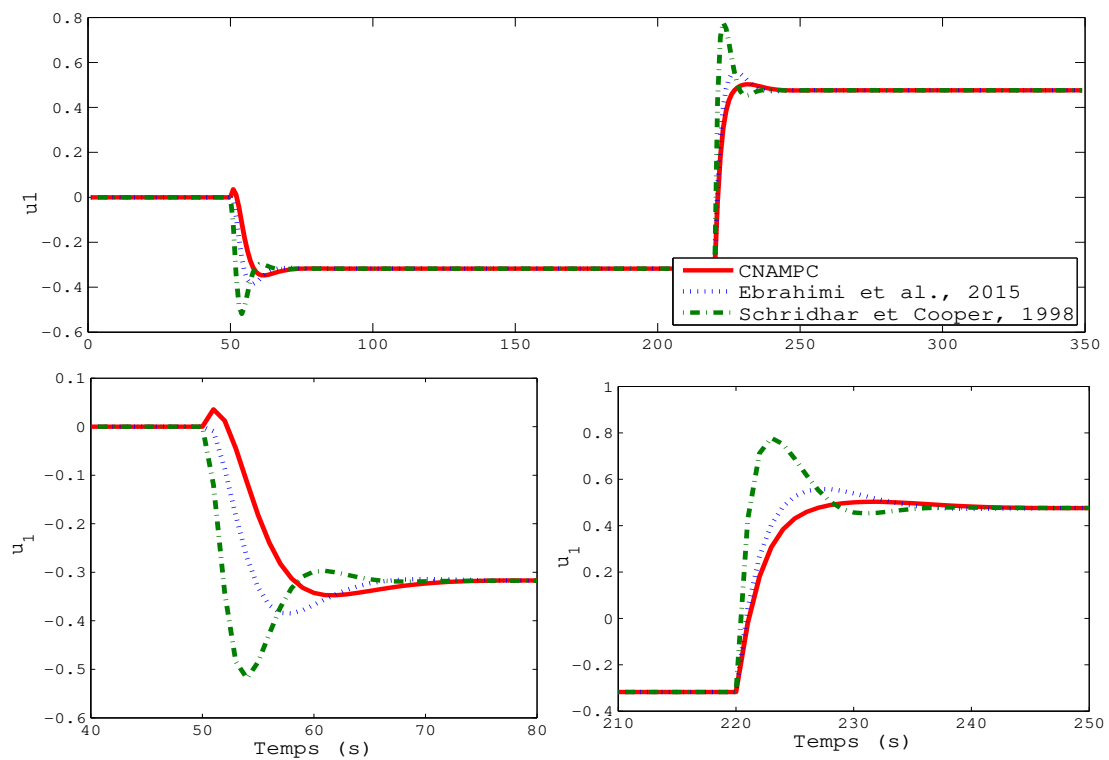


FIGURE 2.5 – Évolution de la commande  $u_1$  en fonction du temps

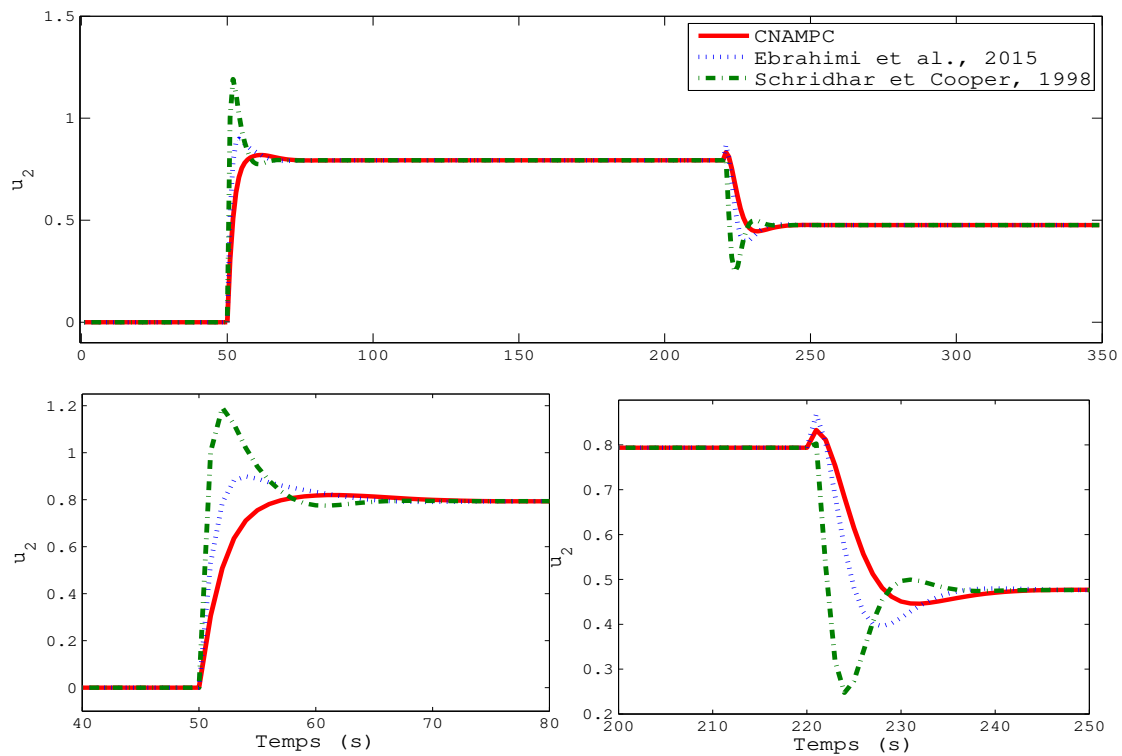


FIGURE 2.6 – Évolution de la commande  $u_2$  en fonction du temps

TABLEAU 2.6 – Comparaison des performances relatives à  $y_1$

	SDI	OV(%)	MTE	RT (s)	cond(H)
<b>[Sridhar et Cooper, 1998]</b>	0.3994	3.7634	0.0047	227.4748	4.3877
<b>[Ebrahimi et al., 2015]</b>	0.3452	2.6042	0.0069	226.2592	17.2913
<b>[Turki et al., 2017b]</b>	0.4892	0.510	0.0073	227.6047	1.6701

TABLEAU 2.7 – Comparaison des performances relatives à  $y_2$

	SDI	OV(%)	MTE	RT (s)	cond(H)
<b>[Sridhar et Cooper, 1998]</b>	0.3994	2.7712	0.0037	50.2911	4.3877
<b>[Ebrahimi et al., 2015]</b>	0.3452	1.3558	0.0049	50.4794	17.2913
<b>[Turki et al., 2017b]</b>	0.4892	0.3816	0.0071	50.7474	1.6701

Une étude comparative peut être effectuée à partir des Tableaux 2.6 et 2.7.

Commençons par l'évaluation de la rapidité. Les critères RT et ST sont considérés. En effet, le temps de montée est pratiquement le même pour les trois approches de réglage. Cependant, la réponse la plus rapide de  $y_1$  est assurée grâce à l'approche heuristique à base d'ANOVA proposée par [Ebrahimi *et al.*, 2015] alors que celle la plus rapide de  $y_2$  est obtenue grâce à [Sridhar et Cooper, 1998]. Par conséquent, nous remarquons que la sortie délivrée selon notre approche est, dans ce cas, la plus lente mais elle reste de même ordre de grandeur que les deux autres et donc peut être considérée comme acceptable.

Concernant la précision des sorties, nous constatons que la moyenne de l'erreur de poursuite la plus élevée est obtenue par notre approche. Cependant, en terme de stabilité en boucle fermée du système, grâce à l'approche CNAMPC, nous arrivons à avoir un dépassement plus de sept fois inférieur à celui causé par l'approche de [Sridhar et Cooper, 1998]. Ce résultat est valable pour les deux sorties  $y_1$  et  $y_2$ . Quant au degré de stabilité SDI, tout en se basant sur notre approche, le système est évalué plus stable pour chacune des sorties  $y_1$  et  $y_2$  (le SDI est le plus élevé pour les deux cas). Par conséquent, nous concluons que notre approche a assuré la meilleure stabilité du système en boucle fermée avec une précision et une rapidité acceptables.

Notons que notre approche améliore non seulement la stabilité du système mais aussi le temps de calcul nécessaire pour générer la sortie. En effet, les horizons de la MPC, de commande et de prédiction, les plus bas sont donnés par l'approche CNAMPC. Par conséquent, nous apportons une amélioration au niveau de la stabilité numérique du processus. Cette amélioration est justifiée d'une part par le calcul du conditionnement de la matrice Hessienne, et d'autre part en terme de temps de calcul nécessaire pour synthétiser la loi de commande et optimiser la fonction coût pondérée.

## 2.5 Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons proposé une approche pratique de réglage des paramètres de la commande prédictive tout en améliorant la stabilité numérique du processus. Cette approche que nous avons désignée par "approche de réglage Cartographique Non Adaptative des paramètres de la MPC : CNAMPC" est dédiée aux systèmes observables et contrôlables. L'amélioration de la stabilité numérique du processus résulte de l'intégration de la pondération exponentielle dans la formulation de la commande prédictive. En effet, comme avantage majeur du concept de la pondération exponentielle décroissante, un horizon de prédiction large peut être choisi sans craindre, l'effort de calcul engendré et sans dégrader l'optimisation de la fonction  $J$ . En plus, un tel choix d'horizon garantit la stabilité asymptotique du système en boucle fermée. Notre approche de réglage a été expliquée en détails dans le cas des systèmes multivariables. Comme limitations de cette approche, les contraintes d'inégalité linéaires ne sont pas prises en compte. En plus, le temps de calcul nécessaire afin de choisir un bon réglage de la MPC est important et, par conséquent, l'implémentation en ligne de cette dernière ne semble pas possible.

D'un autre côté, l'intérêt de l'approche CNAMPC proposée est, premièrement, sa simplicité de mise en oeuvre et les performances qu'elle permet d'obtenir. Deuxièmement, le choix des paramètres est établi en fonction des performances souhaitées. Par conséquent, si la stabilité préoccupe le concepteur,

il suffit d'attribuer une pondération élevée aux critères SDI et OV. Par contre, si la rapidité ou bien la précision sont les priorités, un simple réglage du critère *Select* suffit sans être obligé à changer la méthode de calcul déjà programmée.

Il est important de retenir que la proposition d'une telle approche n'a pour but que de pouvoir effectuer une étude comparative des performances obtenues avec l'approche de réglage analytique qui sera présentée en détails dans le chapitre suivant.

PROPOSITION D'UNE APPROCHE DE  
RÉGLAGE ADAPTATIVE DE LA  
COMMANDE PRÉDICTIVE

**Sommaire**

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>47</b>
<b>3.2</b>	<b>Stratégie de réglage proposée dans le cas des systèmes linéaires</b> . . . . .	<b>47</b>
3.2.1	Détermination analytique de $N_c$ . . . . .	47
	Relation entre le concept du rang effectif et $N_c$ . . . . .	48
	Relation entre $N_c^{red}$ et $N_c^{opt}$ . . . . .	50
	Application numérique . . . . .	51
3.2.2	Détermination analytique de $N_p$ . . . . .	52
	Détermination analytique de $N_p$ en absence de contraintes . . . . .	52
	Détermination analytique de $N_p$ en présence de contraintes . . . . .	59
	Application numérique . . . . .	62
3.2.3	Détermination analytique du facteur de pondération . . . . .	64
	Existence de la matrice Hessienne . . . . .	64
	Application numérique . . . . .	66
3.2.4	Algorithme d'adaptation paramétrique proposé . . . . .	68
3.2.5	Application numérique à un système LTV . . . . .	68
<b>3.3</b>	<b>Stratégie de réglage proposée dans le cas des systèmes non linéaires</b> . . . . .	<b>74</b>
3.3.1	Modélisation T-S des systèmes non linéaires . . . . .	74
	Principe de la modélisation T-S . . . . .	74



Représentation d'état d'un modèle T-S . . . . .	74
Nomenclature de la modélisation T-S . . . . .	76
Approches d'obtention d'un modèle T-S . . . . .	77
Exemple d'obtention d'un modèle T-S . . . . .	78
3.3.2 Stabilité des systèmes T-S . . . . .	81
3.3.3 Stabilisation des systèmes T-S . . . . .	84
3.3.4 Synthèse d'une commande prédictive basée sur des modèles T-S (TSMPC) . .	85
Exemple d'illustration . . . . .	85
Estimation d'état pour la synthèse de la TSMPC . . . . .	87
3.3.5 Synthèse d'une commande prédictive adaptative basée sur des modèles T-S (ATSMPC) . . . . .	92
<b>3.4 Conclusion . . . . .</b>	<b>92</b>

---

### 3.1 Introduction

Dans le premier chapitre, la problématique du réglage liée à la commande prédictive et les motivations qui ont conduit à la synthèse d'une loi de commande prédictive optimale et adaptative ont été exposées. Dans le deuxième chapitre, une approche heuristique désignée par CNAMPC a été détaillée dans l'objectif de présenter une alternative de comparaison. Dans ce chapitre, une approche analytique assurant la stabilité optimale du système en boucle fermée est présentée. Nous allons montrer que cette approche peut être appliquée aux systèmes linéaires multivariés variants dans le temps (en anglais Linear Time Varying ou LTV), et peut être étendue aux systèmes non linéaires. Dans un premier temps, la détermination analytique de chacun des paramètres de la MPC dans le cas où les contraintes d'inégalité linéaires seront présentes ou non sera présentée en détails. Cette détermination est basée sur le souhait d'atteindre des performances désirées, telles que la garantie d'une stabilisation numérique du processus, l'amélioration de la précision et la garantie d'une charge de calcul minimal. Un logigramme reprenant les différentes étapes de calcul de l'approche adaptative proposée et une application sur un système variant dans le temps seront introduits afin de prouver l'intérêt et la pertinence de notre approche.

Dans un second temps, une structure de type Takagi-Sugeno (T-S) sera introduite en tant que technique de modélisation représentative et de contrôle. Cette technique permet l'écriture d'un système non linéaire sous forme quasi-LPV et peut représenter exactement le comportement de ce dernier en adaptant l'approche d'obtention d'un modèle T-S par secteurs non linéaires. La structure T-S est donc utilisée dans ce manuscrit dans le but d'étendre l'approche analytique proposée de réglage de la commande prédictive aux systèmes non linéaires pour lesquels un modèle T-S a été établi. La validation de la contribution proposée est réalisée via un drone convertible de type Quad Tilt Wing (QTW).

### 3.2 Stratégie de réglage proposée dans le cas des systèmes linéaires

Dans une première partie, une approche analytique de réglage de la MPC dédiée aux systèmes linéaires sera présentée. La détermination de chacun des paramètres de la commande prédictive sera abordée en détails. Finalement, un logigramme de l'algorithme de calcul proposé et une application numérique à un système variant dans le temps seront présentés.

#### 3.2.1 Détermination analytique de $N_c$

Cette partie est dédiée au réglage analytique de l'horizon de commande  $N_c$  [Turki *et al.*, 2017a]. Dans la littérature, la valeur de  $N_c$  est souvent prise égale à 1 comme présenté dans [Clarke *et al.*, 1987] et inférieure à  $N_p$ . En effet, prendre  $N_c = 1$  donne des performances de contrôle souvent acceptables. Une valeur plus grande de  $N_c$  est recommandée dans le cas où le système présente des pôles instables [Clarke *et al.*, 1987].

Le but principal de ce paragraphe est de calculer l'horizon de commande de la MPC de telle façon que le conditionnement de  $H$  soit réduit et stabilisé. Dans le deuxième chapitre, nous avons abordé plusieurs méthodes de la littérature qui permettent d'améliorer le conditionnement d'une matrice Hessienne.

Dans l'approche CNAMPC proposée, nous avons intégré la pondération exponentielle décroissante afin d'améliorer le critère  $cond(H)$  [Wang, 2009] et [Turki *et al.*, 2017a]. Tandis que dans ce chapitre, l'amélioration du conditionnement Hessien est garantie par le choix de l'horizon de commande comme présenté dans le paragraphe suivant.

Comme montré dans [Scattolini et Bittanti, 1990] et [Rodrigues et Odloak, 2003], de larges horizons de commande et de prédiction garantissent la stabilité du système en boucle fermée. Idéalement, ces horizons tendent vers l'infini ( $N_c \mapsto \infty, N_p \mapsto \infty$ ). Or,  $n_{in}N_c$  et  $n_{out}N_p$  constituent les dimensions du Hessien. Vu que  $n_{in}$  et  $n_{out}$  sont respectivement le nombre d'entrées et de sorties du système, leurs valeurs sont fixées dès le départ. D'où, le choix des horizons fait l'objectif de ce chapitre. Par conséquent, le problème numérique d'amélioration du conditionnement Hessien est converti en un problème de réduction de dimension de la matrice  $H$ . En effet, lorsque la dimension de cette dernière est réduite, une valeur réduite de  $N_c$  est déduite (Figure 3.1). Donc la détermination analytique de  $N_c$  se fait en deux parties :

- 1- Déterminer la valeur réduite de  $N_c$  :  $N_c^{red}$
- 2- Déduire sa valeur optimale :  $N_c^{opt}$

Dans le but de résoudre le problème de réduction des dimensions de  $H$ , le concept du rang effectif (ER) est considéré [Roy et Vetterli, 2007].

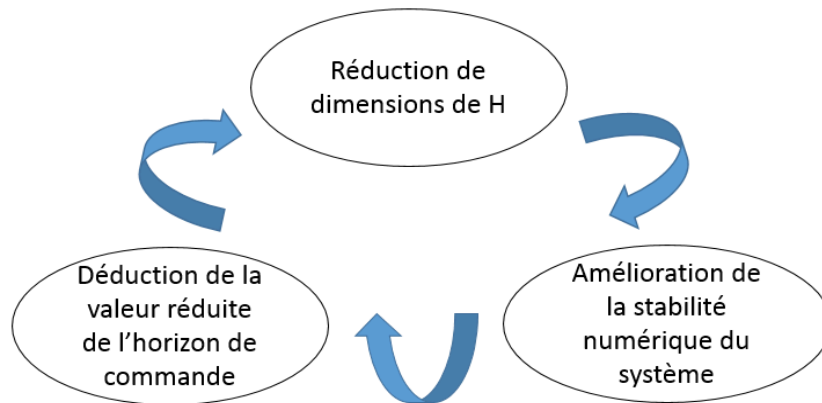


FIGURE 3.1 – Principe de réglage proposé pour  $N_c$  [Turki *et al.*, 2017a].

### Relation entre le concept du rang effectif et $N_c$

Dans cette partie, nous établissons une relation entre le concept du rang effectif et la synthèse de la loi de commande prédictive afin d'évaluer une valeur réduite de l'horizon de commande désignée par  $N_c^{red}$ . De nombreux algorithmes de traitement du signal comprennent des problèmes numériques où la solution est obtenue en ajustant la valeur du paramètre ou de la dimension. Par exemple, une matrice peut présenter une déficience de rang. Puisque la minimisation des rangs n'est généralement pas réalisable en raison de sa nature entière, le concept du rang effectif est introduit.

Considérons une matrice non nulle  $A_{ER}$  de dimensions  $(M_{ER} \times N_{ER})$  dont la décomposition en valeurs singulières est donnée par  $A_{ER} = U_{ER}D_{ER}V_{ER}$  où  $U_{ER}$  et  $V_{ER}$  sont des matrices unitaires de dimensions respectivement  $(M_{ER} \times M_{ER})$  et  $(N_{ER} \times N_{ER})$ , et  $D_{ER}$  de dimensions  $(M_{ER} \times N_{ER})$  une matrice diagonale contenant les valeurs singulières positives réelles comme suit :

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_Q \geq 0,$$

avec :

$$Q = \min\{M_{ER}, N_{ER}\} \quad (3.1)$$

Soit pour des raisons de simplification d'écriture :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \dots & \sigma_Q \end{bmatrix}^T \quad (3.2)$$

La distribution de la valeur singulière est définie par :

$$p_k = \frac{\sigma_k}{\|\sigma\|_1} \quad (3.3)$$

où  $\|\cdot\|_1$  désigne la norme  $l_1$  présentée comme suit :

$$\|\sigma\|_1 = \sum_{k=1}^Q |\sigma_k| \quad (3.4)$$

**Définition 3.2.1.** Le rang effectif de la matrice  $A_{ER}$  noté  $erank(A_{ER})$  est défini par [Roy et Vetterli, 2007] :

$$erank(A_{ER}) = e^{H_{Shannon}(p_1, p_2, \dots, p_Q)}; \quad (3.5)$$

où  $H_{Shannon}(p_1, p_2, \dots, p_Q)$  est l'entropie de Shannon :

$$H_{Shannon}(p_1, p_2, \dots, p_Q) = - \sum_{k=1}^Q p_k \log p_k. \quad (3.6)$$

Notons que l'entropie ci-dessus est souvent appelée entropie spectrale [Campbell, 1960] et [Yang et al., 2005]. Une fois la notion du rang effectif définie, la relation de cette dernière avec la détermination analytique de  $N_c$  sera abordée dans la partie qui suit.

Les étapes successives de la détermination de  $N_c$  sont les suivantes :

1. Faire tendre  $N_c \mapsto \infty$  et  $N_p \mapsto \infty$  ( $N_c < N_p$ ,  $N_c \in \mathbb{N}^*$  et  $N_p \in \mathbb{N}^*$ ).
2. Prendre  $A_{ER} = H$ .
3. Evaluer  $Q$  définie comme suit :

$$Q = \min\{M_{ER}, N_{ER}\} = \min\{n_{in}N_c, n_{in}N_c\} = n_{in}N_c.$$

4. Décomposer en valeurs singulières la matrice  $H$  :

$$H = U_H D_H V_H \quad (3.7)$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_\infty \quad (3.8)$$

5. Evaluer la distribution de la valeur singulière  $p_k$  avec  $k = [1, 2, \dots, \infty]$ .
6. Calculer l'entropie de Shannon définie dans (3.6).
7. Evaluer finalement la valeur réduite de  $N_c$  par la résolution du problème de minimisation suivant en utilisant l'outil « Yalmip » [Lofberg, 2004] :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_c^{red} = \text{round}\left(\frac{e^{H_{Shannon}(p_1, p_2, \dots, p_\infty)}}{n_{in}}\right) \\ \min \left\{ \begin{array}{l} \text{cond}(H) - 1 \\ N_c^{red} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.9)$$

En tenant en compte des contraintes suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_c \in \mathbb{N}^* \\ 1 \leq N_c < N_p \\ M_{cons} \Delta U \leq \gamma_{cons} \end{array} \right.$$

Dans cette section, nous définissons d'abord la notion de rang effectif et commentons sa signification intuitive. Nous prouvons ensuite certaines de ses propriétés comme un moyen de le relier au rang d'une matrice. Les différentes étapes reliant ce rang effectif à la détermination analytique de  $N_c^{red}$  sont finalement fournies.

Comme avantage pratique, cette stratégie ne nécessite pas une connaissance préalable du rang minimum [Roy et Vetterli, 2007].

**Remarque 1:** Les contraintes d'inégalité linéaires considérées dans la commande prédictive n'influencent pas l'approche d'optimisation analytique proposée pour la détermination de  $N_c$ .

**Remarque 2:** Les travaux de [Wang, 2009] montrent que la minimisation des horizons de la MPC améliore la stabilité numérique du procédé contrôlé. Une solution permettant la réduction de l'horizon de commande consiste à utiliser le concept du rang effectif.

### Relation entre $N_c^{red}$ et $N_c^{opt}$

Une fois la valeur numérique de  $N_c^{red}$  déterminée, nous proposons dans ce paragraphe la déduction de la valeur optimale de l'horizon de commande.

En effet, le critère considéré dans la détermination analytique de  $N_c^{opt}$  est la minimisation de la moyenne de l'erreur de poursuite. Par conséquent, la détermination de  $N_c$  est établie en deux étapes :

1. **Étape 1** : Détermination de  $N_c^{red}$  dans l'objectif d'améliorer les conditions numériques du système considéré.
2. **Étape 2** : Détermination de  $N_c^{opt}$  dans l'objectif d'améliorer la précision du système en minimisant l'indice de performance  $MTE$ .

La détermination de l'horizon de commande implique donc la résolution de la fonction objectif suivante :

$$f_{obj}^{uncons}|_{N_c} = \begin{cases} \min(\text{cond}(H) - 1) \\ \min(Y_{des} - \hat{Y}) \end{cases}$$

Le concept de calcul de  $N_c$  est schématisé dans la Figure 3.2. Comme avantage de cette méthode de

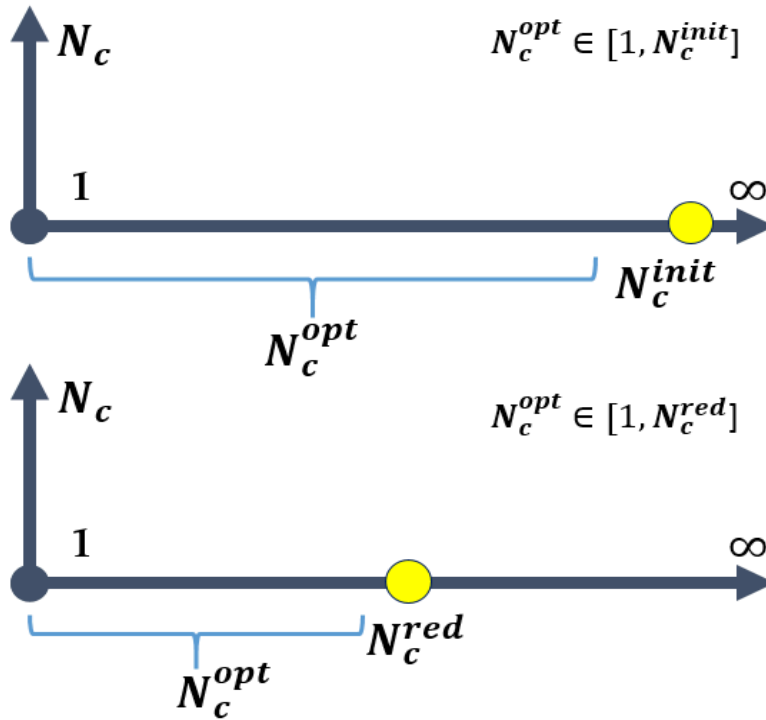


FIGURE 3.2 – Relation entre  $N_c^{red}$  et  $N_c^{opt}$ .

calcul, la valeur recherchée de  $N_c^{opt}$  n'est plus dans l'intégralité de l'ensemble  $\mathbb{N}^*$  mais appartient plutôt à l'intervalle  $[1, N_c^{red}]$ , ce qui, par conséquent, réduit le temps de calcul nécessaire.

### Application numérique

Reprenons l'application numérique de la Section 1.4.3. Le système possède une seule entrée ( $n_{in} = 1$ ). Les étapes de calcul de  $N_c^{red}$  sont les suivantes :

1. Initialisation de  $N_c \mapsto \infty$  et  $N_p \mapsto \infty$  ( $N_c < N_p$ ,  $N_c \in \mathbb{N}^*$  et  $N_p \in \mathbb{N}^*$ ). Initialisation du facteur de pondération  $\lambda = 0.42$  comme fixé dans [Dumur *et al.*, 2000].
2. Calcul de la matrice  $H = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}$ .
3. Évaluation de  $Q = 40$ .
4. Décomposition de  $H$  en valeurs singulières et calcul de la matrice  $\sigma$  en utilisant la commande

"svd" du logiciel Matlab :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{40} = 294.1162 & \sigma_{39} = 294.1117 & \sigma_{38} = 294.1040 & \sigma_{37} = 294.0926 & \sigma_{36} = 294.0770 \\ \sigma_{35} = 294.0561 & \sigma_{34} = 294.0287 & \sigma_{33} = 293.9923 & \sigma_{32} = 293.9473 & \sigma_{31} = 293.8878 \\ \sigma_{30} = 293.8104 & \sigma_{29} = 293.7092 & \sigma_{28} = 293.5762 & \sigma_{27} = 293.3999 & \sigma_{26} = 293.1640 \\ \sigma_{25} = 292.8451 & \sigma_{24} = 292.4094 & \sigma_{23} = 291.8066 & \sigma_{22} = 290.9615 & \sigma_{21} = 289.7597 \\ \sigma_{20} = 288.0245 & \sigma_{19} = 285.4793 & \sigma_{18} = 281.6871 & \sigma_{17} = 275.9546 & \sigma_{16} = 267.1935 \\ \sigma_{15} = 253.7594 & \sigma_{14} = 233.3945 & \sigma_{13} = 203.6656 & \sigma_{12} = 163.5830 & \sigma_{11} = 116.4121 \\ \sigma_{10} = 70.7316 & \sigma_{09} = 35.7593 & \sigma_{08} = 14.7902 & \sigma_{07} = 4.8716 & \sigma_{06} = 1.2001 \\ \sigma_{05} = 0.1975 & \sigma_{04} = 0.0197 & \sigma_{03} = 0.0023 & \sigma_{02} = 0.0017 & \sigma_{01} = 0.0003 \end{bmatrix}$$

5. Évaluation de la distribution de la valeur singulière  $p_k|_{k \in \{1,2,\dots,Q\}}$  :

$$p_k = \begin{bmatrix} 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0352 & 0.0351 \\ 0.0351 & 0.0351 & 0.0351 & 0.0351 & 0.0351 & 0.0350 & 0.0350 & 0.0349 & 0.0348 & 0.0346 \\ 0.0344 & 0.0341 & 0.0337 & 0.0330 & 0.0320 & 0.0303 & 0.0279 & 0.0244 & 0.0196 & 0.0139 \\ 0.0085 & 0.0043 & 0.0018 & 0.0006 & 0.0001 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

6. Calcul de l'entropie de Shannon :

$$H_{Shannon}(p_1, p_2, \dots, p_Q) = 3.4319$$

7. Dédution de la valeur réduite de  $N_c$  :

$$N_c^{red} = 30.9343 \simeq 31$$

8. Détermination de  $N_c^{opt}$  :

$$\min(\hat{Y} - Y_{des}) \mapsto N_c^{opt} = 2$$

### 3.2.2 Détermination analytique de $N_p$

Cette partie est dédiée à la détermination analytique de l'horizon de prédiction  $N_p$  selon une approche assurant la stabilité optimale du système en boucle fermée. Ici, l'intégration des contraintes dans la formulation de la commande prédictive peut entraîner un changement de la valeur optimale de  $N_p$ . C'est pour cela que l'approche proposée sera étudiée dans les deux cas possibles :

1. Détermination analytique de  $N_p$  en absence de contraintes.
2. Détermination analytique de  $N_p$  en présence de contraintes.

#### Détermination analytique de $N_p$ en absence de contraintes

**Notion de stabilité du système en boucle fermée** Dans le cas où la MPC n'est pas soumise à des contraintes d'inégalité linéaires et dédiée à un système multi-variable, le signal de commande  $\Delta U$  a été déjà présenté dans (1.17) par :

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T (Y_{des} - Fx(k))$$

Selon le principe de l'horizon fuyant, seuls les premiers  $n_{in}$  éléments de  $\Delta U$  sont appliqués au système. La première séquence de la commande incrémentale peut être donc écrite comme suit :

$$u(k) = u(k-1) + \overbrace{\begin{bmatrix} I_m & 0_m & \dots & 0_m \end{bmatrix}}^{N_c} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T (y_{des}(k) - Fx(k)). \quad (3.10)$$

où  $I_m$  et  $0_m$  sont respectivement les matrices identité et nulle de dimensions  $(n_{in} \times n_{in})$ . Selon les travaux de [Benlaoukli, 2009],  $\Delta u(k)$  peut être exprimée à l'instant présent différemment comme suit :

$$\Delta u(k) = K_y y_{des}(k) - K_{mpc} x(k) \quad (3.11)$$

où  $K_y$  et  $K_{mpc}$  sont deux matrices définies par :

$$K_{mpc} = I_{(n_{in} \times N_c)} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T F \quad (3.12)$$

$$K_y = I_{(n_{in} \times N_c)} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T I_{(N_p \times 1)} \quad (3.13)$$

La loi de commande synthétisée dans (1.17) est définie pour un système invariant dans le temps. Le retour d'état de ce système est le gain  $K_{mpc}$ . Le système en boucle fermée est alors obtenu en substituant (3.11) dans le modèle augmenté (1.8) comme suit :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\ &= Ax(k) - BK_{mpc}x(k) + BK_y y_{des}(k) \\ &= (A - BK_{mpc})x(k) + BK_y y_{des}(k). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Sachant que l'opérateur  $q^{-1}$  indique un retard d'un pas d'échantillonnage, l'équation (3.14) peut être modélisée par la Figure 3.3.

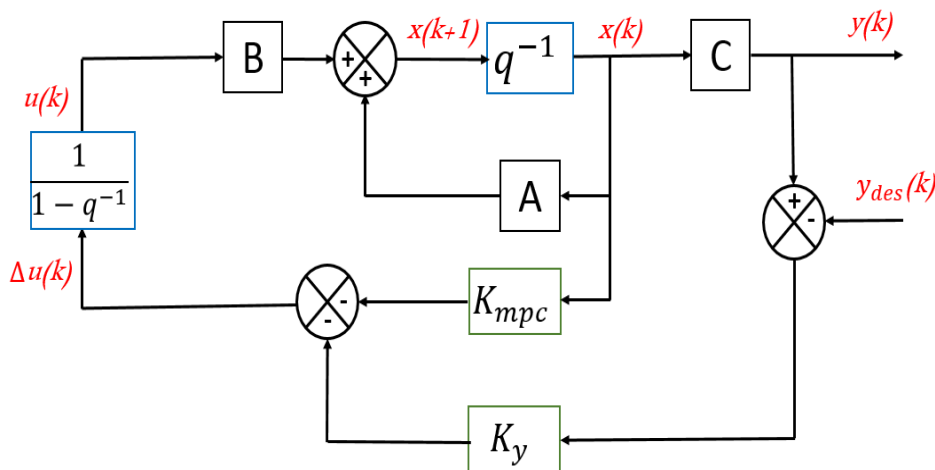


FIGURE 3.3 – Représentation d'état du contrôleur prédictif à temps discret [Wang, 2009].

La stabilité du système en boucle fermée peut être alors évaluée à partir de la dynamique des valeurs propres  $\nu$ . Ces valeurs propres sont calculées en se basant sur l'équation caractéristique suivante :

$$\det(\nu I_{(n_{etat} \times n_{etat})} - (A - BK_{mpc})) = 0 \quad (3.15)$$



Le principe de détermination analytique de  $N_p$  consiste principalement à trouver la valeur du gain  $K_{mpc}$  assurant la stabilité optimale du système en boucle fermée selon *Schur*. Il résulte du théorème de la région insensible proposé par [Duan et Yu, 2013].

**Lemme 3.2.1. Conception de la région insensible**

La définition du concept de la région insensible est de placer les valeurs propres du système en boucle fermée dans une région particulière sur le plan complexe. Cette région a une limite interne insensible aux perturbations des paramètres des matrices du système. Dans la suite, un cas particulier du principe de la conception de la région insensible sera présenté.

Soit le modèle augmenté du système discret LTI déjà présenté dans (1.8) et  $K$  une matrice  $\in \mathbb{R}^{n_{in} \times n_{etat}}$ . Le système discret est stable en boucle fermée, ou la matrice  $(A + BK)$  est dite stable selon *Schur* lorsque :

$$\|A + BK\|_2 < 1 \tag{3.16}$$

où  $\|\cdot\|_2$  est la norme 2.

Soit un scalaire  $\gamma$  avec  $0 < \gamma \leq 1$ . Le système (1.8) est optimalement stable si :

$$\|A + BK\|_2 < \gamma \tag{3.17}$$

**Démonstration 3.2.1.** Démonstration voir [Duan et Yu, 2013].

□

Par identification avec la formulation de la MPC, le gain  $K$  présenté dans (3.17) n'est que l'opposé du gain  $K_{mpc}$  défini en (3.12) ( $K_{mpc} = -K$ ). À ce stade, le problème de détermination analytique de l'horizon de prédiction se résume à chercher la valeur optimale d'une part du gain  $K_{mpc}$  en se basant sur l'Inégalité Matricielle Linéaire (LMI), et d'autre part, du minimum de  $\gamma$  satisfaisant (3.17). Ce type d'optimisation peut être résolu en utilisant l'outil Yalmip [Lofberg, 2004] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \gamma \\ \left[ \begin{array}{cc} -\gamma I_{(n_{etat} \times n_{etat})} & (A - BK_{mpc}) \\ (A - BK_{mpc})^T & -\gamma I_{(n_{etat} \times n_{etat})} \end{array} \right] < 0 \end{array} \right. \tag{3.18}$$

Notre approche consiste alors à trouver une solution du gain  $K_{mpc}$  assurant la stabilité optimale du système en boucle fermée. Dans la suite,  $K_{mpc}^{opt}$  désigne la valeur de la matrice  $K_{mpc}$  solution du problème (3.18).

**Relation entre  $K_{mpc}^{opt}$  et la matrice  $(\Phi^T \Phi)$**  Admettons que l'inverse de la matrice  $(\Phi^T \Phi + \bar{R})$  existe (ou autrement écrit, que la Hessienne existe) et que la matrice  $N = (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}$  soit nilpotente d'ordre  $n$ . C'est-à-dire, qu'il existe un entier  $n > 0$  tel que [Decell, 1965] :

$$N^n = 0 \tag{3.19}$$

Cette hypothèse est vérifiée dans la détermination analytique des facteurs de pondérations  $\lambda$  (voir section 3.2.3). Admettons que  $(\Phi^T \Phi)^{-1}$  existe, la matrice Hessienne  $H$  peut être exprimée explicitement

en utilisant l'approximation du développement limité appliqué à l'inverse de la somme d'une matrice [Godfrin, 1991] comme suit :

$$\begin{aligned}
 H &= (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}; \\
 &= \left( (\Phi^T \Phi) (I_{(n_{in} N_c \times n_{in} N_c)} + (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}) \right)^{-1}; \\
 &= \left( I_{(n_{in} N_c \times n_{in} N_c)} + (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} \right)^{-1} (\Phi^T \Phi)^{-1}; \\
 &= \left( I_{(n_{in} N_c \times n_{in} N_c)} - \overbrace{((\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R})}^N + \overbrace{((\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R})^2}^{N^2} - \overbrace{((\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R})^3}^{N^3} \right. \\
 &\quad \left. + \dots + (-1)^{n-1} \overbrace{((\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R})^{n-1}}^{N^{n-1}} \right)^{-1} (\Phi^T \Phi)^{-1}; \\
 &= (\Phi^T \Phi)^{-1} - N(\Phi^T \Phi)^{-1} + N^2(\Phi^T \Phi)^{-1} - N^3(\Phi^T \Phi)^{-1} \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1}.
 \end{aligned}$$

Par conséquent  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , la nouvelle expression de la matrice Hessienne est :

$$\boxed{H = \sum_{i=0}^{n-1} \left( (-1)^i N^i (\Phi^T \Phi)^{-1} \right)}. \quad (3.20)$$

En substituant la nouvelle expression de  $H$  (3.20) dans (3.12), la forme explicite de la matrice  $K_{mpc}$  devient :

$$\begin{aligned}
 K_{mpc} &= I_{(n_{in} \times N_c)} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T F; \\
 &= I_{(n_{in} \times N_c)} \left( (\Phi^T \Phi)^{-1} - N(\Phi^T \Phi)^{-1} + N^2(\Phi^T \Phi)^{-1} - N^3(\Phi^T \Phi)^{-1} \right. \\
 &\quad \left. + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} \right) \Phi^T F; \\
 &= I_{(n_{in} \times N_c)} \left( (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F - N(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F + N^2(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F \right. \\
 &\quad \left. - N^3(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F \right); \\
 &= I_{(n_{in} \times N_c)} K_{mpc}^{globale}. \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

Sachant que la matrice  $K_{mpc}^{globale}$  de dimensions  $(n_{in} N_c \times n_{etat})$  est définie par :

$$\begin{aligned}
 K_{mpc}^{globale} &= (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F - N(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F + N^2(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F - N^3(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F; \\
 &= \sum_{i=0}^{n-1} \left( (-1)^i N^i (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F \right). \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Puisque les dimensions des matrices  $\Phi$  et  $F$  dépendent des horizons de prédiction et de commande, l'idée est de déterminer analytiquement  $N_p$  de telle manière que l'équation (3.21) tende vers la valeur de la matrice  $K_{mpc}^{opt}$  assurant la stabilité optimale du système en boucle fermée, déjà obtenue grâce à la résolution du système (3.18) en utilisant l'outil Yalmip.

Multiplions l'équation (3.22) par la matrice carrée  $(\Phi^T \Phi)$  :

$$\begin{aligned}
 (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} &= \Phi^T F - \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F + \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} [(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T F.
 \end{aligned}$$

En supposant que la matrice  $(FF^T)$  soit inversible, multiplions à ce stade à droite l'expression précédente par  $F^T(FF^T)^{-1}$  :

$$\begin{aligned} (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} &= \Phi^T - \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T + \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \\ &+ \dots + (-1)^{n-1} \bar{R}[(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-2} (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T. \end{aligned}$$

Multiplions encore une fois à droite par la matrice  $\Phi$ . L'équation ci-dessus devient :

$$\begin{aligned} (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} \Phi &= \Phi^T \Phi - \bar{R} + \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} - \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} \\ &+ \dots + (-1)^{n-1} \bar{R}[(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-2}; \\ &= \Phi^T \Phi - \bar{R} + \bar{R}N - \bar{R}N^2 + \dots + (-1)^{n-1} \bar{R}N^{n-2}. \end{aligned}$$

En supposant que l'inverse de la matrice  $\left( K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} \Phi - I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} \right)$  existe, finalement, la forme explicite de la matrice  $\Phi^T \Phi$  peut être formulée comme suit :

$$\begin{aligned} \Phi^T \Phi &= \left( -\bar{R} + \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} + \dots + (-1)^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} [(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-1} \right) \\ &\times \left( K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} \Phi - I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Soit la valeur optimale de la matrice  $(\Phi^T \Phi)$  désignée par  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$ . Cette dernière résulte de l'intégration de la solution du problème LMI  $K_{mpc}^{opt}$  définie en (3.18) dans l'expression (3.23) :

$$\begin{aligned} (\Phi^T \Phi)^{opt} &= \left( -\bar{R} + \bar{R}(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} + \dots + (-1)^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} [(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-1} \right) \\ &\times \left( (K_{mpc}^{globale})^{opt} F^T (FF^T)^{-1} \Phi - I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

**Forme explicite de la matrice  $\Phi^T \Phi$**  La matrice  $\Phi$  de dimensions  $(n_{out}N_p \times n_{in}N_c)$  a été déjà présentée auparavant :

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix},$$

Afin de trouver une forme explicite de la matrice  $\Phi^T \Phi$ , prenons, par exemple, le cas où  $N_p = 7$ .

Si  $N_c = 1$  :

$$\Phi^T \Phi = \left[ \sum_{i=0}^6 (CA^i B)^T (CA^i B) \right];$$

Si  $N_c = 2$  :

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^6 (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^5 (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^5 (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^5 (CA^i B)^T (CA^i B) \end{bmatrix};$$

Si  $N_c = 3$  :

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^6 (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^5 (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^4 (CA^{i+2} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^5 (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^5 (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^4 (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^4 (CA^i B)^T (CA^{i+2} B) & \sum_{i=0}^4 (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^4 (CA^i B)^T (CA^i B) \end{bmatrix}$$

Si  $N_c = 4$  :

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^6 (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^5 (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^4 (CA^{i+2} B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^3 (CA^{i+3} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^5 (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^5 (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^4 (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^3 (CA^{i+2} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^4 (CA^i B)^T (CA^{i+2} B) & \sum_{i=0}^4 (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^4 (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^3 (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^3 (CA^i B)^T (CA^{i+3} B) & \sum_{i=0}^3 (CA^i B)^T (CA^{i+2} B) & \sum_{i=0}^3 (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^3 (CA^i B)^T (CA^i B) \end{bmatrix}$$

Par conséquent, nous remarquons que le premier bloc des matrices coloriées en rose contient  $N_p - 1$  éléments. Par contre ceux de couleur jaune sont constitués de  $N_p - 2$  éléments. Les matrices en bleu contiennent  $N_p - 3$  éléments et finalement les matrices marrons contiennent  $N_p - 4$  éléments. Pour les quatre cas présentés ci-dessous, le nombre des éléments de ces matrices désigne à chaque fois  $N_p - N_c$  pour les cas  $N_c = \{1, 2, 3, 4\}$  respectivement.

Finalement, d'une manière générale pour  $\forall N_c < N_p$ , la matrice  $\Phi^T \Phi$  peut être écrite sous la forme développée suivante :

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{N_p-1} (CA^i B)^T (CA^i B) & \sum_{i=0}^{N_p-2} (CA^{i+1} B)^T (CA^i B) & \dots & \sum_{i=0}^{N_p-N_c} (CA^{i+N_c-1} B)^T (CA^i B) \\ \sum_{i=0}^{N_p-2} (CA^i B)^T (CA^{i+1} B) & \sum_{i=0}^{N_p-2} (CA^i B)^T (CA^i B) & \dots & \sum_{i=0}^{N_p-N_c} (CA^{i+N_c-2} B)^T (CA^i B) \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \sum_{i=0}^{N_p-N_c+1} (CA^i B)^T (CA^i B) & \vdots \\ \sum_{i=0}^{N_p-N_c} (CA^i B)^T (CA^{i+N_c-1} B) & \dots & \dots & \sum_{i=0}^{N_p-N_c} (CA^i B)^T (CA^i B) \end{bmatrix}$$

Si nous nous intéressons particulièrement aux éléments existant dans la diagonale de la matrice  $\Phi^T \Phi$  :

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} \overbrace{\sum_{i=0}^{N_p-1} (CA^i B)^T (CA^i B)}^{X_{N_p}} & \dots & \dots & \dots \\ \cdot & \overbrace{\sum_{i=0}^{N_p-2} (CA^i B)^T (CA^i B)}^{X_{N_p-1}} & \dots & \dots \\ \cdot & \cdot & \overbrace{\sum_{i=0}^{N_p-3} (CA^i B)^T (CA^i B)^T}^{X_{N_p-2}} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ & & & \dots \\ & & & \overbrace{\sum_{i=0}^{N_p-N_c} (CA^i B)^T (CA^i B)}^{X_{N_p-N_c}} \end{bmatrix}$$

Sachant que :

- (a) Les éléments  $\{X_{N_p}, X_{N_p-1}, X_{N_p-2}, \dots, X_{N_p-N_c}\}$  constituent chacun une suite de matrices  $(CA^i B)^T (CA^i B)$  de  $\{N_p, N_p - 1, N_p - 2, \dots, N_p - N_c\}$  termes successivement comme

suit :

$$\begin{aligned}
 X_{N_p} &= (CB)^T(CB) + (CAB)^T(CAB) + (CA^2B)^T(CA^2B) \\
 &\quad + \dots + (CA^{N_p-1}B)^T(CA^{N_p-1}B) \\
 X_{N_p-1} &= (CB)^T(CB) + (CAB)^T(CAB) + (CA^2B)^T(CA^2B) \\
 &\quad + \dots + (CA^{N_p-2}B)^T(CA^{N_p-2}B) \\
 &\quad \vdots \\
 X_{N_p-N_c} &= (CB)^T(CB) + (CAB)^T(CAB) + (CA^2B)^T(CA^2B) \\
 &\quad + \dots + (CA^{N_p-N_c}B)^T(CA^{N_p-N_c}B)
 \end{aligned}$$

(b) Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  constituent le modèle augmenté en temps discret. Elles sont déjà présentées dans (1.8). Ces matrices dépendent des matrices  $A_m$ ,  $B_m$  et  $C_m$  du système initial.

(c)  $\forall i \in \mathbb{N}^*$ , la matrice  $A^i$  s'écrit sous la forme suivante :

$$A^i = \begin{bmatrix} A_m^i & 0_m \\ \sum_{k=0}^{i-1} C_m A_m^k & I \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$\Rightarrow$  Alors la suite des matrices  $\{CB \quad CAB \quad CA^2B \quad \dots \quad CA^{N_p-N_c}B\}$  peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned}
 CB &= C_m B_m, \\
 CAB &= C_m A_m B_m + C_m B_m, \\
 CA^2B &= C_m A_m^2 B_m + C_m A_m B_m + C_m B_m, \\
 &\quad \vdots \\
 CA^i B &= C_m A_m^i B_m + C_m A_m^{i-1} B_m + \dots + C_m B_m. \\
 \Rightarrow CA^i B &= \sum_{k=0}^i C_m A_m^k B_m \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

Finalement, la matrice  $X_{N_p}$  de dimensions  $(n_{in} \times n_{in})$  s'exprime de la manière suivante :

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 X_{N_p} &= \sum_{i=0}^{N_p-1} (CA^i B)^T (CA^i B) = \sum_{i=0}^{N_p-1} \left( \sum_{k=0}^i (C_m A_m^k B_m)^T (C_m A_m^k B_m) \right); \\
 &= \sum_{i=0}^{N_p-1} \left( \sum_{k=0}^i B_m^T (A_m^k)^T C_m^T C_m A_m^k B_m \right) \quad (3.27)
 \end{aligned}
 }$$

**Relation entre  $X_{N_p}$  et  $N_p^{opt}$**  Désignons par  $tr$  la trace de la matrice carrée, symétrique et définie positive  $(\Phi^T \Phi)$  :

$$\begin{aligned} tr(\Phi^T \Phi) &= X_{N_p} + X_{N_p-1} + \dots + X_{N_p-N_c}; \\ &= \sum_{i=0}^{N_p-1} \sum_{k=0}^i (C_m A_m^k B_m)^T (C_m A_m^k B_m) + \sum_{i=0}^{N_p-2} \sum_{k=0}^i (C_m A_m^k B_m)^T (C_m A_m^k B_m) \\ &\quad + \dots + \sum_{i=0}^{N_p-N_c} \left( \sum_{k=0}^i (C_m A_m^k B_m)^T (C_m A_m^k B_m) \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

La valeur optimale de  $N_p$  désignée par  $N_p^{opt}$  est déterminée en faisant tendre la valeur de  $tr(\Phi^T \Phi)$  vers celle de  $tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$ . Procédons par identification :

1. D'une part, la valeur de la matrice optimale de  $\Phi^T \Phi$  a déjà été calculée à partir de l'équation (3.24).
2. D'autre part, la matrice  $X_{N_p}$  se situe à la première diagonale de la matrice  $(\Phi^T \Phi)$  de dimensions  $(n_{in} \times n_{in})$ .

Par conséquent, définissons  $N_p^{opt}$  comme le premier entier naturel qui assure que la valeur de (3.28) soit égale ou juste supérieure à la trace de  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$  :

$$\begin{aligned} tr(\Phi^T \Phi) &\rightarrow tr((\Phi^T \Phi)^{opt}) \\ N_p &\rightarrow N_p^{opt} \end{aligned}$$

### Détermination analytique de $N_p$ en présence de contraintes

Dans le cas où la MPC est soumise à des contraintes d'inégalité linéaires, la loi de commande déjà présentée dans (1.39) devient [Mamboundou, 2013] :

$$\Delta U = -2(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}(-2\Phi^T \Psi + M_{cons}^T \eta_{cons}). \quad (3.29)$$

L'idée pour déterminer analytiquement  $N_p$  en présence de contraintes est la même que dans le cas sans contrainte. Toujours en considérant le principe de l'horizon fuyant, seuls les  $n_{in}$  premiers éléments seront appliqués au système. L'expression présentée ci-dessus peut être développée comme suit :

$$\Delta U = \overbrace{(\Phi^T \Phi + \bar{R})}^H^{-1} (4\Phi^T \Psi - 2M_{cons}^T \eta_{cons}) \quad (3.30)$$

avec le vecteur multiplicateur de Lagrange  $\eta_{cons}$  présenté dans (1.38) :

$$\eta_{cons} = -(M_{cons} E_J^{-1} M_{cons}^T)^{-1} (\gamma_{cons} + M_{cons} E_J^{-1} F_J)$$

et :

$$\begin{cases} E_J = & 2(\Phi^T \Phi + \bar{R}); \\ F_J = & -2\Phi^T \Psi; \\ \Psi = & Y_{des} - Fx(k). \end{cases}$$

d'où :

$$\begin{aligned}\eta_{cons} &= -\left(\frac{1}{2}M_{cons}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}M_{cons}^T\right)^{-1}\left(\gamma_{cons} - M_{cons}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}\Phi^T\Psi\right); \\ &= -2\left(\overbrace{M_{cons}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}M_{cons}^T}^H\right)^{-1}\left(\gamma_{cons} - \overbrace{M_{cons}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}\Phi^T\Psi}^H\right); \\ &= -2\left(M_{cons}HM_{cons}^T\right)^{-1}\left(\gamma_{cons} - M_{cons}H\Phi^T\Psi\right).\end{aligned}$$

Donc l'expression de  $\Delta U$  devient :

$$\begin{aligned}\Delta U &= H\left(4\Phi^T\Psi - 2M_{cons}^T\left(-2\left(M_{cons}HM_{cons}^T\right)^{-1}\left(\gamma_{cons} - M_{cons}H\Phi^T\Psi\right)\right)\right); \\ &= H\left(4\Phi^T\Psi + 4M_{cons}^T\left(M_{cons}HM_{cons}^T\right)^{-1}\left(\gamma_{cons} - M_{cons}H\Phi^T\Psi\right)\right); \\ &= H\left(4\Phi^T\Psi + 4M_{cons}^T\left(M_{cons}HM_{cons}^T\right)^{-1}\gamma_{cons} - 4M_{cons}^T\left(M_{cons}HM_{cons}^T\right)^{-1}M_{cons}H\Phi^T\Psi\right); \\ &= H\left(\overbrace{4\left(I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} - M_{cons}^T(M_{cons}HM_{cons}^T)^{-1}M_{cons}H\right)}^{K_1}\Phi^T\Psi + \overbrace{4M_{cons}^T(M_{cons}HM_{cons}^T)^{-1}\gamma_{cons}}^{K_2}\right); \\ &\Rightarrow \Delta U = H\left(K_1\Phi^T\Psi + K_2\gamma_{cons}\right); \\ &= HK_1\Phi^T(Y_{des} - Fx(k)) + HK_2\gamma_{cons}; \\ &= HK_1\Phi^TY_{des} - HK_1\Phi^TFx(k) + HK_2\gamma_{cons}.\end{aligned}$$

À ce stade, écrivons l'incrément de commande  $\Delta u(k)$ , à l'instant présent, en fonction des trois matrices gains  $K_y$ ,  $K_{mpc}$  et  $K_{cons}$  comme suit :

$$\Delta u(k) = K_y y_{des}(k) - K_{mpc} x(k) + K_{cons} \gamma_{cons}. \quad (3.31)$$

où :

$$K_y = I_{(n_{in} \times N_c)}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}K_1\Phi^T I_{(N_p \times 1)} \quad (3.32)$$

$$K_{mpc} = I_{(n_{in} \times N_c)}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}K_1\Phi^T F \quad (3.33)$$

$$K_{cons} = I_{(n_{in} \times N_c)}(\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}K_2 \quad (3.34)$$

$$K_1 = 4\left(I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} - M_{cons}^T(M_{cons}HM_{cons}^T)^{-1}M_{cons}H\right) \quad (3.35)$$

$$K_2 = 4M_{cons}^T(M_{cons}HM_{cons}^T)^{-1} \quad (3.36)$$

À l'identique du cas sans contrainte, le retour d'état du système est le gain  $K_{mpc}$ . Le système en boucle fermée est obtenu alors en substituant (3.31) dans le modèle augmenté (1.8) comme suit :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k); \\ &= Ax(k) + B\left(K_y y_{des}(k) - K_{mpc} x(k) + K_{cons} \gamma_{cons}\right); \\ &= Ax(k) - BK_{mpc} x(k) + BK_y y_{des}(k) + BK_{cons} \gamma_{cons}; \\ &= (A - BK_{mpc})x(k) + BK_y y_{des}(k) + BK_{cons} \gamma_{cons}.\end{aligned} \quad (3.37)$$

Donc la stabilité du système en boucle fermée en présence des contraintes d'inégalités linéaires peut être évaluée à partir de l'équation caractéristique (3.15). La stabilité optimale est alors assurée en appliquant

le principe de la région insensible [Duan et Yu, 2013]. Par conséquent, une valeur optimale de  $K_{mpc}$  désignée aussi par  $K_{mpc}^{opt}$  est obtenue grâce à la résolution du problème d'optimisation LMI présenté dans (3.18) en utilisant l'outil Yalmip [Lofberg, 2004].

Admettons à ce niveau que la matrice  $N = (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}$  soit nilpotente d'ordre  $n$  et que la matrice Hessienne existe et puisse être écrite sous la forme développée (3.20). Par substitution de  $H$  dans (3.33), une forme explicite de  $K_{mpc}$  peut être écrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 K_{mpc} &= I_{(n_{in} \times N_c)} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} K_1 \Phi^T F; \\
 &= I_{(n_{in} \times N_c)} \left( (\Phi^T \Phi)^{-1} - N (\Phi^T \Phi)^{-1} + N^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} - N^3 (\Phi^T \Phi)^{-1} \right. \\
 &\quad \left. + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} \right) K_1 \Phi^T F; \\
 &= I_{(n_{in} \times N_c)} \left( (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F - N (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F + N^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F \right. \\
 &\quad \left. - N^3 (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F \right); \\
 &= I_{(n_{in} \times N_c)} K_{mpc}^{globale}.
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Où la matrice  $K_{mpc}^{globale}$  de dimensions  $(n_{in} N_c \times n_{etat})$  est définie par :

$$\begin{aligned}
 K_{mpc}^{globale} &= (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F - N (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F + N^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F \\
 &\quad - N^3 (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F + \dots + (-1)^{n-1} N^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F; \\
 &= \sum_{i=0}^{n-1} \left( (-1)^i N^i (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F \right).
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

À ce stade, essayons de trouver une forme explicite de la matrice  $\Phi^T \Phi$  lorsque les contraintes sont présentes. Multiplions à gauche l'équation (3.39) par la matrice carrée  $(\Phi^T \Phi)$  :

$$\begin{aligned}
 (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} &= K_1 \Phi^T F - \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F + \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} [(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-1} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T F.
 \end{aligned}$$

Supposons la matrice  $(FF^T)$  inversible. Multiplions alors à droite l'expression précédente par  $F^T (FF^T)^{-1}$  :

$$\begin{aligned}
 (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} &= K_1 \Phi^T - \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T + \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} \bar{R} [(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-2} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T.
 \end{aligned}$$

Multiplions encore une fois à droite par la matrice  $\Phi$ . L'équation ci-dessus devient :

$$\begin{aligned}
 (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} \Phi &= K_1 \Phi^T \Phi - \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi + \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} \bar{R} [(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}]^{n-2} (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi; \\
 &= K_1 \Phi^T \Phi - N^T K_1 \Phi^T \Phi + (N^2)^T K_1 \Phi^T \Phi \\
 &\quad + \dots + (-1)^{n-1} (N^{n-1})^T (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi.
 \end{aligned}$$

Admettons la matrice  $K_1^T K_1$  inversible. Multiplions alors l'expression ci-dessus à gauche par  $(K_1^T K_1)^{-1} K_1^T$  :

$$\begin{aligned}
 (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (FF^T)^{-1} \Phi &= \Phi^T \Phi - (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T N^T K_1 \Phi^T \Phi \\
 &\quad + (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (N^2)^T K_1 \Phi^T \Phi + \dots + (-1)^{n-1} (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (N^{n-1})^T (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi.
 \end{aligned}$$



En admettant maintenant que l'inverse de la matrice  $\left( (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (F F^T)^{-1} \Phi \right)$  existe, finalement, la forme explicite de la matrice  $\Phi^T \Phi$  peut être formulée comme suit :

$$\begin{aligned} \Phi^T \Phi = & \left( -(K_1^T K_1)^{-1} K_1^T N^T K_1 \Phi^T \Phi + (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (N^2)^T K_1 \Phi^T \Phi \right. \\ & + \dots + (-1)^{n-1} (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (N^{n-1})^T (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi \left. \right) \\ & \times \left( (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (\Phi^T \Phi) K_{mpc}^{globale} F^T (F F^T)^{-1} \Phi - I_{(n_{in} N_c \times n_{in} N_c)} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Soit  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$  la valeur optimale de la matrice  $\Phi^T \Phi$  obtenue grâce à l'intégration de  $K_{mpc}^{opt}$  définie dans (3.38) dans l'expression (3.40) :

$$\begin{aligned} (\Phi^T \Phi)^{opt} = & \left( -(K_1^T K_1)^{-1} K_1^T N^T K_1 \Phi^T \Phi + (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (N^2)^T K_1 \Phi^T \Phi \right. \\ & + \dots + (-1)^{n-1} (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (N^{n-1})^T (\Phi^T \Phi)^{-1} K_1 \Phi^T \Phi \left. \right) \\ & \times \left( (K_1^T K_1)^{-1} K_1^T (\Phi^T \Phi) (K_{mpc}^{globale})^{opt} F^T (F F^T)^{-1} \Phi - I_{(n_{in} N_c \times n_{in} N_c)} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

La matrice  $(\Phi^T \Phi)$  dépend essentiellement des matrices du système augmenté  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Sa forme explicite reste alors invariante dans le cas où la MPC est soumise ou non à des contraintes d'inégalité linéaires. Cette matrice a déjà été développée dans le paragraphe précédent. Nous nous intéressons particulièrement à faire tendre la trace de  $(\Phi^T \Phi)$  vers celle de  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$ . La détermination analytique de  $N_p$  reste toujours la même. L'objectif est de trouver une valeur optimale de l'horizon de prédiction permettant de faire tendre la trace de  $(\Phi^T \Phi)$  vers celle de  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$ . En respectant cette condition, la stabilité optimale du système en boucle fermée est assurée.

### Application numérique

Reprenons l'exemple d'application du moteur électrique présenté dans le Chapitre 1 (Section 1.4.3). Le système considéré est un système SISO donc les dimensions de la matrice  $X_{N_p}$  est  $(1 \times 1)$ . Admettons que les paramètres de la MPC soient  $N_c = 1$ ,  $N_p = 8$  et  $\lambda = 0.42$  comme fixés selon [Dumur *et al.*, 2000].

En absence de contrainte, le gain  $K_{mpc}$  est alors égal à :

$$K_{mpc} = \begin{bmatrix} 0.8900 & -0.7009 & 1.5532 \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Par contre, la valeur optimale de ce gain en utilisant l'outil de Yalmip est :

$$K_{mpc}^{opt} = \begin{bmatrix} 0.6414 & -0.8338 & 0.0026 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

La valeur de la matrice  $(\Phi^T \Phi)$  est :

$$\Phi^T \Phi = 1.0357 \quad (3.44)$$

et celle de  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$  est égale à :

$$(\Phi^T \Phi)^{opt} = 3.8422 \quad (3.45)$$

L'approche de la détermination analytique de  $N_p$  proposée dans cette section consiste à trouver le premier entier naturel strictement supérieur à  $N_c$  qui fait tendre la valeur de  $tr(\Phi^T \Phi)$  vers celle de  $tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$ . Vu que les dimensions de  $(\Phi^T \Phi)$  sont  $(1 \times 1)$ , dans ces conditions :

$$\Phi^T \Phi = X_{N_p}$$

Or :

$$X_{N_p} = \sum_{i=0}^{N_p-1} (CA^i B)^T (CA^i B)$$

Par conséquent,  $N_p^{opt}$  est le premier entier naturel supérieur à l'horizon de commande qui assure que la somme du produit  $(CA^i B)^T (CA^i B)$  soit supérieure ou égale à  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$  avec  $i \in \{0, 1, 2, \dots, N_p^{opt} - 1\}$ .

L'exemple suivant montre les différentes étapes de calcul. En effet, commençons par  $i = 0$ , la valeur de  $(CA^0 B)^T (CA^0 B) = (CB)^T (CB) = 1.5405e - 04$  est inférieure à la valeur de  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$ . Passons alors à  $i = 1$ , et calculons la somme de  $(CA^0 B)^T (CA^0 B) + (CA^1 B)^T (CA^1 B) = 0.0026$ . Cette valeur est aussi inférieure à  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$ . Il faut alors passer à  $i = 2$ . Calculons la somme  $(CA^0 B)^T (CA^0 B) + (CA^1 B)^T (CA^1 B) + (CA^2 B)^T (CA^2 B) = 0.0144$ . Cette dernière est toujours inférieure à la valeur de  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$ . Ces itérations continuent jusqu'à trouver l'itération assurant que la valeur de cette somme soit juste supérieure ou égale à  $(\Phi^T \Phi)^{opt}$  qui dans ce cas égale à  $tr(\Phi^T \Phi)^{opt}$  (dimension  $(1 \times 1)$ ). La dernière incrémentation du  $i$  représente le  $N_p^{opt}$  recherché.

$$(CA^0 B)^T (CA^0 B) = 1.5405e - 04 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^1 B)^T (CA^1 B) = 0.0024$$


---

$$=0.0026 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^2 B)^T (CA^2 B) = 0.0118$$


---

$$=0.0144 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^3 B)^T (CA^3 B) = 0.0360$$


---

$$=0.0504 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^4 B)^T (CA^4 B) = 0.0837$$


---

$$=0.1341 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^5 B)^T (CA^5 B) = 0.1642$$


---

$$=0.2983 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^6 B)^T (CA^6 B) = 0.2852$$


---

$$=0.5835 < tr((\Phi^T \Phi)^{opt})$$

$$+(CA^7B)^T(CA^7B) = 0.4522$$

---


$$=1.0357 < \text{tr}((\Phi^T\Phi)^{opt})$$

$$+(CA^8B)^T(CA^8B) = 0.6675$$

---


$$=1.7032 < \text{tr}((\Phi^T\Phi)^{opt})$$

$$+(CA^9B)^T(CA^9B) = 0.9291$$

---


$$=2.6323 < \text{tr}((\Phi^T\Phi)^{opt})$$

$$+(CA^{10}B)^T(CA^{10}B) = 1.2310$$

---


$$=3.8632 > \text{tr}((\Phi^T\Phi)^{opt})$$

Finalement, nous trouvons  $N_p^{opt} = 10$ .

### 3.2.3 Détermination analytique du facteur de pondération

Dans cette partie, le calcul du facteur de pondération  $\lambda$  optimal est abordé. La détermination analytique de  $\lambda$  vise à assurer que la matrice  $N$  est nilpotente d'ordre  $n$ .

#### Existence de la matrice Hessienne

Au cours de la synthèse de la loi de commande prédictive, une condition nécessaire devant être vérifiée est l'inversibilité de la matrice  $(\Phi^T\Phi + \bar{R})$ . Cette matrice qui est carrée, symétrique et définie positive, doit être inversible pour que la matrice Hessienne  $H = (\Phi^T\Phi + \bar{R})^{-1}$  existe. Cette hypothèse dépend fortement du système étudié, puisque  $H$  s'écrit en fonction de la matrice  $\Phi$  (c'est-à-dire en fonction des matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  du système augmenté) mais aussi des facteurs de pondération constituant la matrice  $\bar{R}$ .

Par conséquent, l'approche proposée dans ce manuscrit pour la détermination analytique du vecteur  $\lambda$  permet d'assurer l'existence de  $H$ . Pour cela, considérons les Propositions (3.2.1), (3.2.2) et (3.2.3) données par [Ciarlet, 1982] et [Allaire, 2005] :

**Proposition 3.2.1.** Soit  $\|\cdot\|$  une norme euclidienne,  $I$  la matrice identité de dimensions  $(m \times m)$  et  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$  vérifiant  $\|A\| < 1$ . Alors  $(I + A)$  est inversible, et

$$\square \|(I + A)^{-1}\| \leq \frac{1}{1 - \|A\|};$$

$$\square (I + A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k.$$

**Proposition 3.2.2.** Soit  $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$  une matrice carrée et  $\|\cdot\|$  une norme euclidienne associée. Les conditions suivantes sont équivalentes :

$$\square \lim_{k \rightarrow \infty} A^k = 0$$

$$\square \lim_{k \rightarrow \infty} A^k v = 0 \text{ pour tout } v \in \mathbb{C}^n$$

$$\square \text{il existe une norme matricielle telle que } \|A\| < 1.$$

**Proposition 3.2.3.** *En dimension finie, toutes les normes euclidiennes sont équivalentes.*

Retournons alors à la problématique étudiée. La détermination analytique des facteurs de pondération  $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{n_{in}N_c}]$  se fait de telle manière que ces derniers assurent l'existence de  $H$ . Cette dernière peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} H &= (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1}; \\ &= \left( \Phi^T \Phi (I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} + (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}) \right)^{-1}; \\ &= \left( I_{(n_{in}N_c \times n_{in}N_c)} + \overbrace{(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}}^N \right)^{-1} (\Phi^T \Phi)^{-1}. \end{aligned}$$

Vu que la matrice  $(\Phi^T \Phi)$  est symétrique et définie positive, donc pour que  $H$  soit réversible, il faut que la norme de la matrice  $N$  soit inférieure à l'unité. Dans la suite, la norme infinie sera considérée. Puisque toutes les normes sont équivalentes (Proposition 3.2.3), le choix de la norme infinie est justifié par la simplicité de son implémentation dans l'approche analytique proposée.

**Proposition 3.2.4.** *Soit  $\|\cdot\|_\infty$  la norme infinie. Alors, pour  $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ,  $\|A\|_\infty$  peut être exprimée en fonction des coefficients de la matrice  $A$  de la façon suivante :*

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^m |a_{i,j}|$$

**Démonstration 3.2.2.** Démonstration voir [Ciarlet, 1982].

□

Par conséquent,

$$\|N\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \|(\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R}\|_\infty \leq \|(\Phi^T \Phi)^{-1}\|_\infty \|\bar{R}\|_\infty < 1$$

Or en se basant sur les travaux de [Rotella et Borne, 1995] :

$$\|(\Phi^T \Phi)\|_\infty \geq \frac{1}{\|(\Phi^T \Phi)^{-1}\|_\infty}$$

Finalement :

$$\frac{\|\bar{R}\|_\infty}{\|(\Phi^T \Phi)\|_\infty} \leq \|(\Phi^T \Phi)^{-1}\|_\infty \|\bar{R}\|_\infty < 1$$

⇒

$$\|\bar{R}\|_\infty < \|(\Phi^T \Phi)\|_\infty. \quad (3.46)$$

Donc le choix des facteurs de pondération est lié directement au système étudié via la matrice  $\Phi$ . Dans la formulation de la commande prédictive à base d'état,  $\bar{R}$  est diagonale. Par conséquent, l'équation (3.46) peut être écrite comme suit :

$$\boxed{\max_{1 \leq i \leq n_{in}N_c} \lambda_{i,i} < \max_{1 \leq i \leq n_{in}N_c} \left( \sum_{j=1}^{n_{in}N_c} (\Phi^T \Phi)_{i,j} \right)}. \quad (3.47)$$

Or, d'après la forme explicite de la matrice  $(\Phi^T \Phi)$  présentée dans la section précédente, si la norme de la matrice  $A$  est inférieure à 1, alors l'élément le plus important de  $(\Phi^T \Phi)$  pour chaque ligne est celui qui se trouve sur sa diagonale  $\{X_{N_p} \quad X_{N_p-1} \quad X_{N_p-2} \quad \dots \quad X_{N_p-N_c}\}$  et dans ce cas :

$$X_{N_p} > X_{N_p-1} > X_{N_p-2} > \dots > X_{N_p-N_c}. \quad (3.48)$$

Le choix du vecteur  $\lambda$  devient borné comme suit :

$$0 < \lambda_{i,i} < X_{N_p} = \sum_{i=0}^{N_p-1} (CA^i B)^T (CA^i B) \quad (3.49)$$

Par contre, si la norme de  $A$  est égale ou supérieure à 1, les éléments de la diagonale de  $(\Phi^T \Phi)$  ne sont pas forcément les plus importants. Un calcul de  $\max_{1 \leq i \leq n_{in} N_c} \left( \sum_{j=1}^{n_{in} N_c} (\Phi^T \Phi)_{i,j} \right)$  désigné par  $max_{\Phi}$  sera nécessaire. Donc le choix de  $\lambda$  reste toujours borné comme suit :

$$0 < \lambda_{i,i} < \max_{\Phi} \quad (3.50)$$

### Application numérique

Reprenons l'exemple du moteur électrique déjà présenté dans le chapitre 1 section 1.4.3. Admettons que les valeurs initiales des paramètres de la MPC sont :  $N_c = 1$ ,  $N_p = 8$  et  $\lambda = 0.42$  [Dumur *et al.*, 2000]. Comme hypothèse, les contraintes ne sont pas prises en compte. Puisque le système considéré est un système SISO donc  $\bar{R}$  est un scalaire. Dans ces conditions, la matrice  $\Phi$  est donnée par :

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0124 \\ 0.0491 \\ 0.1088 \\ 0.1896 \\ 0.2894 \\ 0.4052 \\ 0.5340 \\ 0.6725 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, la valeur optimale de  $\lambda$  (désignée par  $\lambda^{opt}$ ) est bornée :

$$0 < \lambda^{opt} < \max(\Phi^T \Phi) = 1.0357. \quad (3.51)$$

L'application de l'approche analytique conduit à  $\lambda^{opt} = 0.0207$  avec un ordre de nilpotence égal à 4. Vérifions à ce niveau la nilpotence de la matrice  $N$  et l'existence de la matrice Hessienne :

$$N = (\Phi^T \Phi)^{-1} \bar{R} = 0.0200 \Rightarrow N^4 = 1.5956e - 07 \simeq 0$$

$$\|N\| = 0.9466 < 1 \Rightarrow H \text{ est inversible}$$

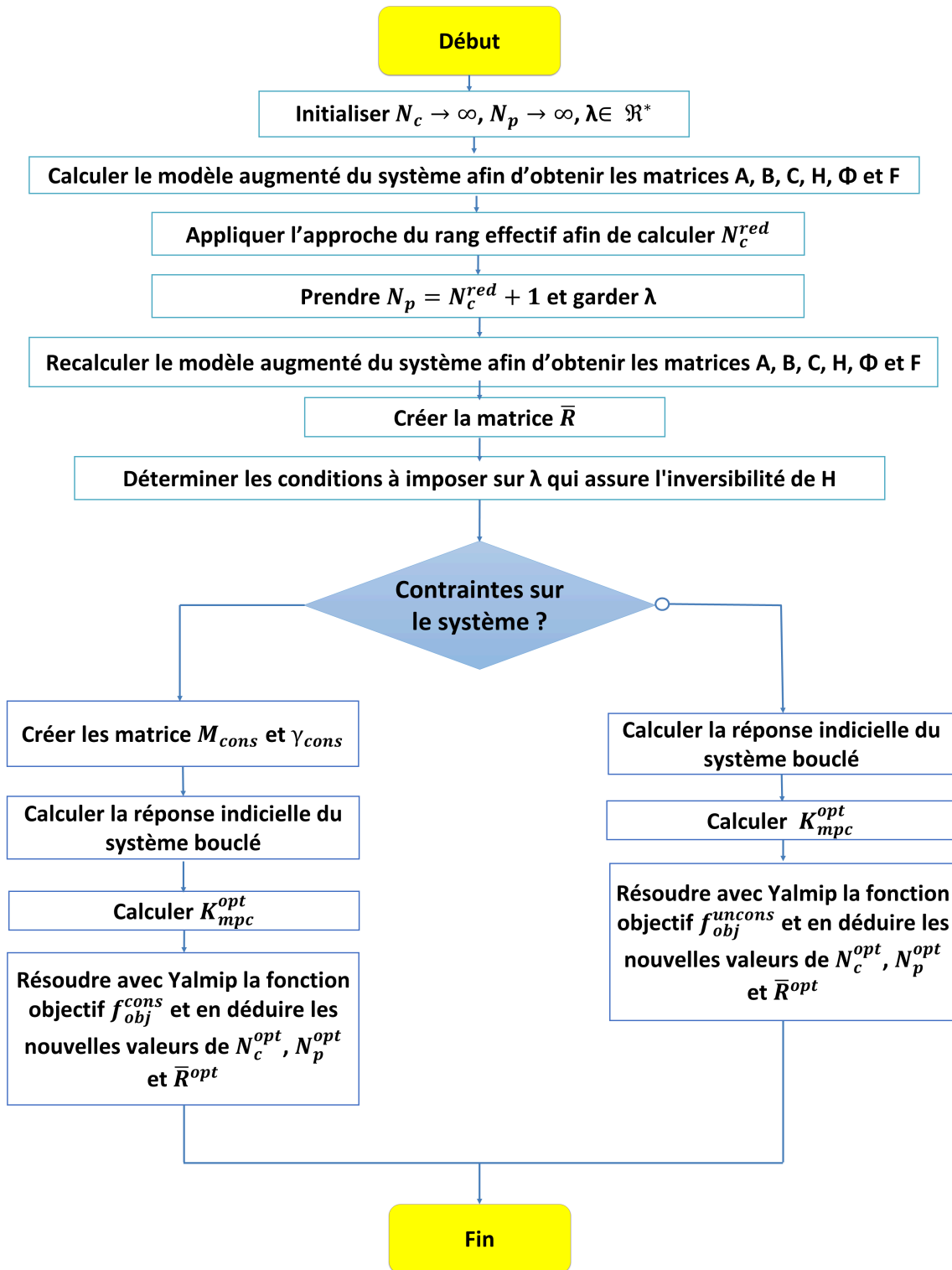


FIGURE 3.4 – Logigramme proposé pour le réglage analytique des paramètres de la MPC.

### 3.2.4 Algorithme d'adaptation paramétrique proposé

L'approche analytique proposée est présentée dans la Figure 3.4. Cette approche peut être appliquée en ligne en adaptant les paramètres de la commande prédictive à chaque itération. Dans la Figure 3.4, deux cas sont considérés :

1. **Commande prédictive sans contrainte** : Dans ce cas, la fonction objectif est la suivante :

$$f_{obj}^{uncons} = \begin{cases} f_{obj}^{uncons}|_{N_c} & = \begin{cases} \min(\text{cond}(H) - 1) \\ \min(Y_{des} - \hat{Y}) \end{cases} \\ f_{obj}^{uncons}|_{N_p} & = K_{mpc} \rightarrow K_{mpc}^{opt} \\ f_{obj}^{uncons}|_{\lambda} & = \exists (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \end{cases}$$

2. **Commande prédictive avec contraintes** : Dans ce cas, la fonction objectif est la suivante :

$$f_{obj}^{cons} = f_{obj}^{uncons}|_{M_{cons} \Delta U \leq \gamma_{cons}}$$

Par conséquent, la détermination analytique des paramètres de la MPC est convertie en un problème d'optimisation multi-objectif qui peut être appliquée en ligne. L'aspect analytique proposé permet de distinguer notre approche vis-à-vis des approches heuristiques existant dans la littérature. En effet, le temps de calcul réduit et la garantie de la faisabilité d'optimisation à chaque itération sont intégrés comme un objectif dans la détermination analytique des paramètres de la MPC. Chacune des fonctions objectifs  $f_{obj}^{uncons}|_{N_c}$ ,  $f_{obj}^{uncons}|_{N_p}$  et  $f_{obj}^{uncons}|_{\lambda}$  présentées dans la Figure 3.4 incarne des objectifs bien déterminés :

- $f_{obj}^{uncons}|_{N_c}$  :
  - Amélioration de la stabilité numérique du système.
  - Amélioration de la précision.
- $f_{obj}^{uncons}|_{N_p}$  :
  - Garantie de la stabilité optimale du système en boucle fermée.
- $f_{obj}^{uncons}|_{\lambda}$  :
  - Assurer l'inversibilité de la matrice Hessienne  $H$ .

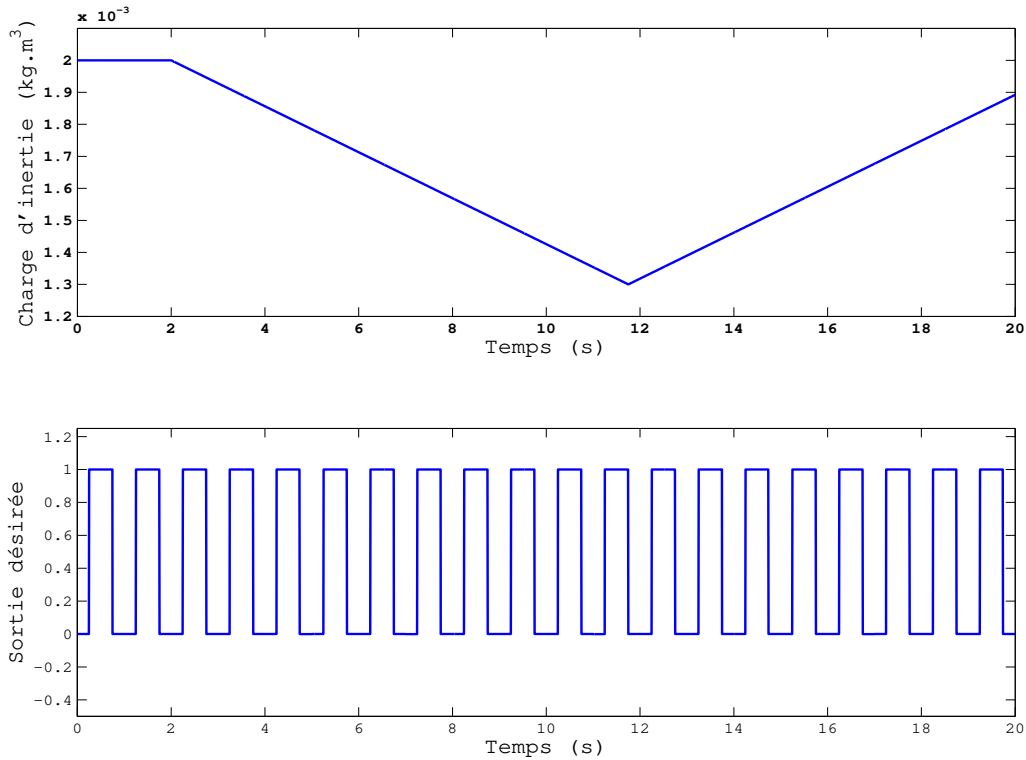
### 3.2.5 Application numérique à un système LTV

Le système considéré est un moteur électrique avec une transmission flexible soumise à une inertie de charge variant dans le temps [Dumur *et al.*, 2000] et [Mamboundou, 2013]. L'ensemble transmission plus charge est modélisé par une fonction de transfert du second ordre donnée par :

$$Z(s) = \frac{\Omega_M(s)}{V_M(s)} = \frac{K_n}{J_n(t)s^2 + f_n s + C_n} \quad (3.52)$$

où  $V_M$  est la tension du moteur (en volt) désignant l'entrée du système et  $\Omega_M$  est la vitesse angulaire du moteur (en rad/s) désignant sa sortie. La pulsation naturelle et le facteur d'amortissement de ce moteur sont donnés par :

$$w_n = \sqrt{\frac{C_n}{J_n}} = 31.623 \text{ rad/s}, \quad \xi = \frac{f_n}{2w_n J_n} = 0.4743.$$


 FIGURE 3.5 – Évolution de  $J_n(t)$  et  $Y_{des}$  en fonction du temps

Les valeurs numériques des paramètres de ce système sont [Mamboundou, 2013] :

$$\begin{cases} K_n = 2 \text{ Nm.rad/s/V;} \\ f_n = 0.006 \text{ Nm.rad/s;} \\ C = 2 \text{ Nm.} \end{cases}$$

La période d'échantillonnage est  $T_s = 5$  ms. Les signaux de commande sont soumis à des contraintes d'inégalité linéaires comme suit [Turki *et al.*, 2018b] :

$$-1V \leq U \leq 1.5V \quad (3.53)$$

La fonction d'inertie  $J_n(t)$  et la sortie désirée  $Y_{des}$  sont présentées dans la Figure 1.10. Selon [Dumur *et al.*, 2000], les paramètres initiaux de la MPC sont fixés comme suit  $N_c = 1$ ,  $N_p = 8$ , et  $\lambda = 0.42$ . En se basant sur une approche heuristique proposée [Turki *et al.*, 2017b], les paramètres de la MPC sont  $N_c = 6$ ,  $N_p = 54$ , et  $\lambda = 0.4$ . La stratégie d'implémentation de l'approche analytique proposée et la mise à jour des paramètres en ligne sont présentées dans la Figure 3.6. Le calcul des paramètres de la MPC est effectué à chaque pas d'échantillonnage grâce à l'approche analytique proposée. Le modèle est identifié en ligne en utilisant la méthode des moindres carrés récurrents (RLS) comme proposé dans [Mamboundou et Langlois, 2011].

Afin d'établir une étude comparative sur la pertinence et l'intérêt de l'approche analytique étudiée, nous proposons de la comparer avec :



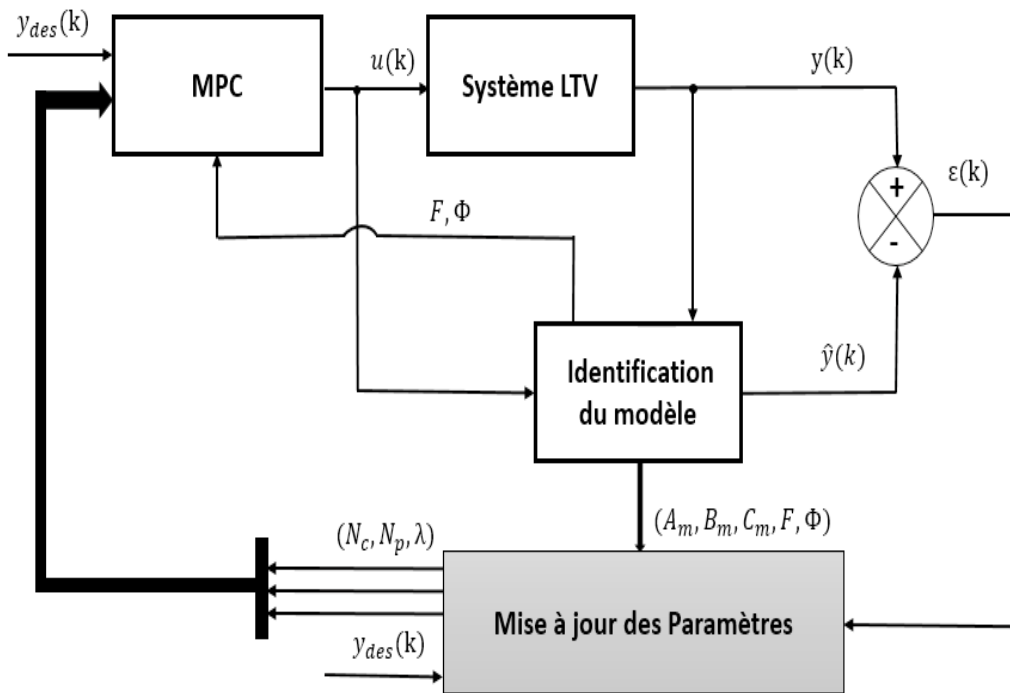


FIGURE 3.6 – Structure de contrôle proposée

- a) Notre approche heuristique non adaptative CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b].
- b) Une approche heuristique adaptative à base de la supervision par la logique floue [Mamoundou et Langlois, 2011].
- c) L'approche non adaptative de [Dumur *et al.*, 2000].

L'adaptation en ligne proposée des paramètres de la MPC est présentée dans la Figure 3.7. Les résultats de simulation sont affichés dans la Figure 3.8 et les signaux de commande et leurs zooms sont présentés dans la Figure 3.9. Une comparaison des performances peut être établie à partir du Tableau 3.1.

TABEAU 3.1 – Comparaison des performances des méthodes d'optimisation de la MPC

	[Dumur <i>et al.</i> , 2000]	[Mamoundou et Langlois, 2011]	[Turki <i>et al.</i> , 2017b]	Approche proposée
RT (s)	0.0017	0.0154	0.0006	0.0029
ST (s)	19.8560	19.8035	19.7920	19.8520
OV (%)	10.76	0.90	8.869	0.14
MTE	3.6241	6.2455	0.0013	0.0005
SDI	0.8733	0.0044	0.6531	0.0034
VARU	0.2448	873.01	21.9565	0.2327
CSE ( $e + 04$ )	1.9734	2.7382	8.8843	1.8770
CEE	98.3452	97.8325	2254.8	75.8808
CL	3.8065	25.6039	33.0177	0.4901
Cond(H)	1	6.4881	6.4579	1.1940

Comme montré dans la Figure 3.8, la sortie la plus rapide est obtenue grâce à la méthode de [Turki

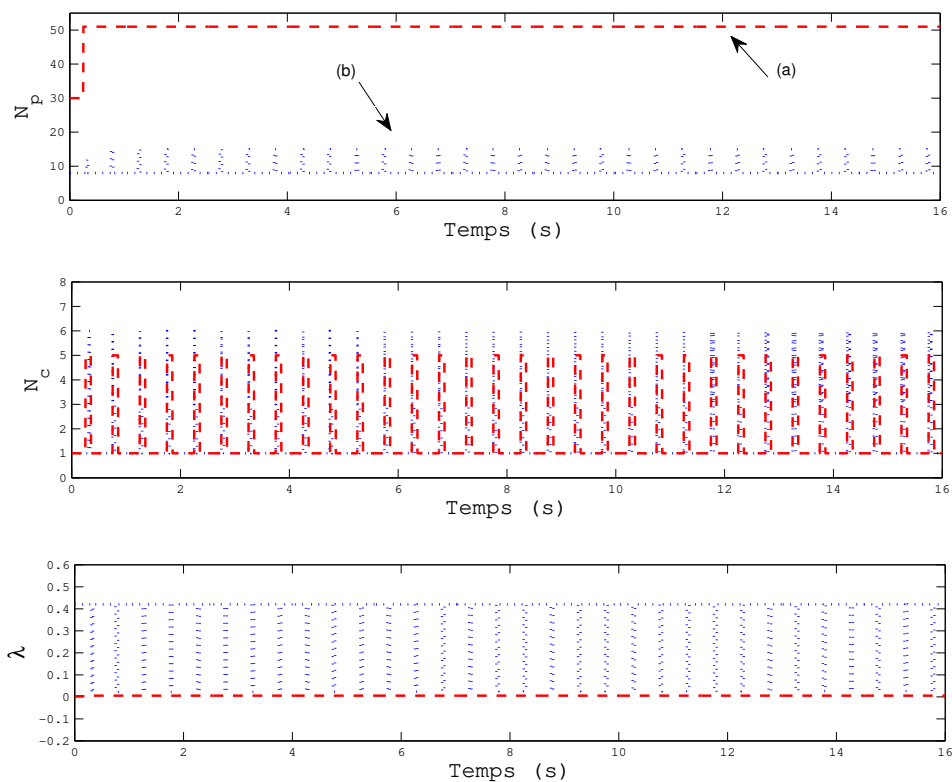


FIGURE 3.7 – Variation des paramètres de la MPC de 0s à 16s en fonction du temps (a) approche proposée (b) approche proposée par [Mamboundou et Langlois, 2011]

*et al.*, 2017b]. Cependant, cette dernière nécessite les efforts d'énergie de commande les plus élevés. Elle requiert cependant une charge de calcul plus élevée, ce qui n'est pas toujours toléré dans l'industrie. Notons qu'un dépassement significatif est causé par l'approche à base de logique floue [Mamboundou et Langlois, 2011]. Comme indiqué dans le Tableau 3.1, la meilleure variance, la moyenne de l'erreur de poursuite les plus faibles, le conditionnement de la matrice ( $cond(H) \neq 1$ ), un dépassement minimal et la charge de calcul la plus petite sont obtenus grâce à notre approche. Par conséquent, nous concluons que le meilleur compromis entre stabilité, précision et rapidité est atteint à l'aide de l'approche analytique proposée.

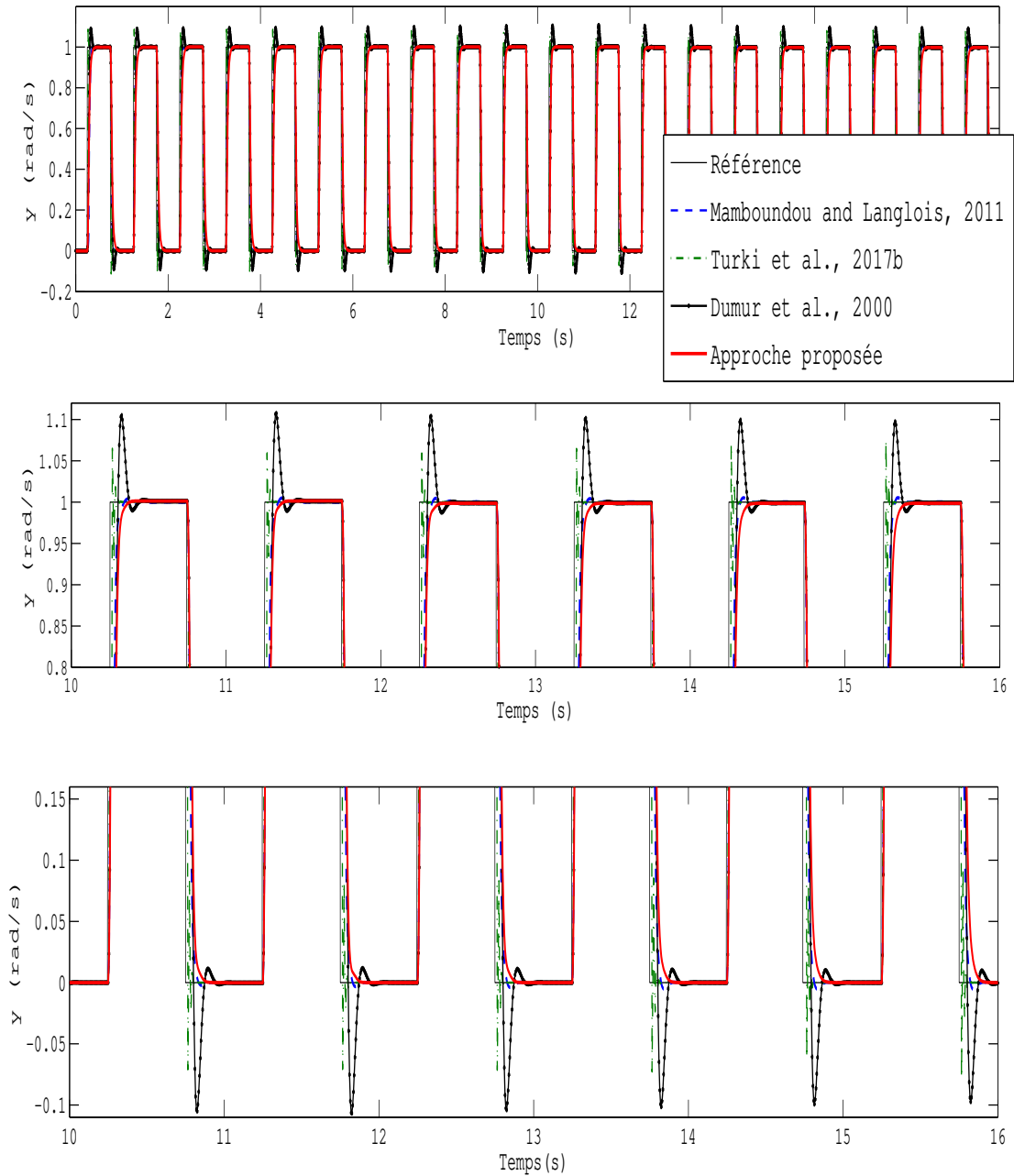


FIGURE 3.8 – Évolution des sorties du moteur en fonction du temps

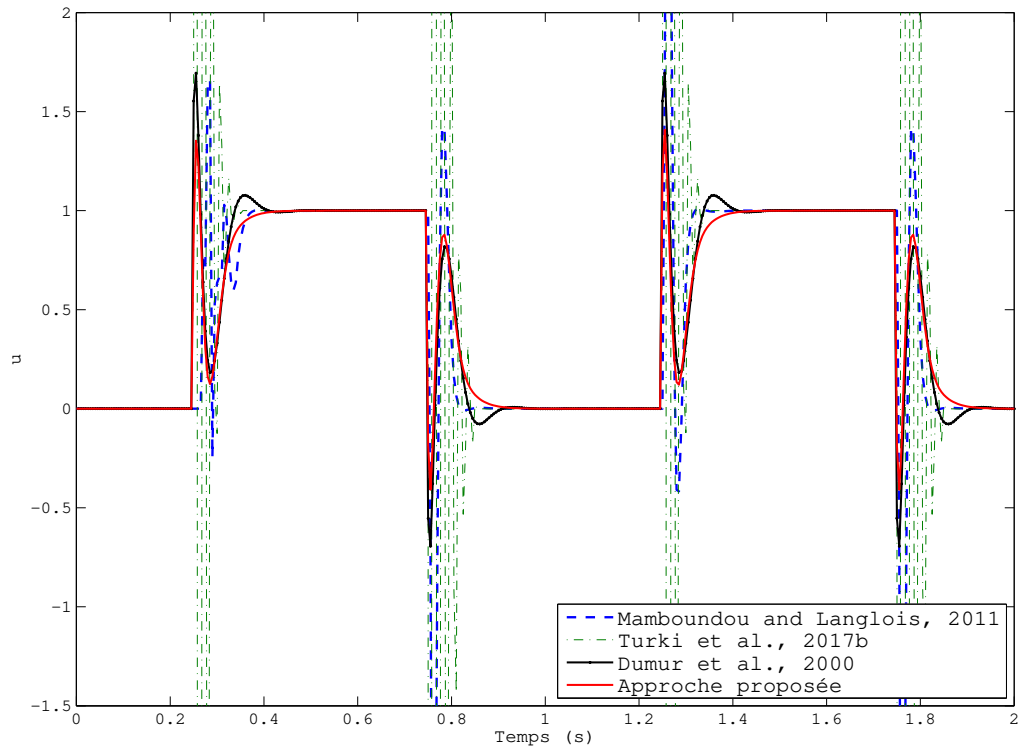
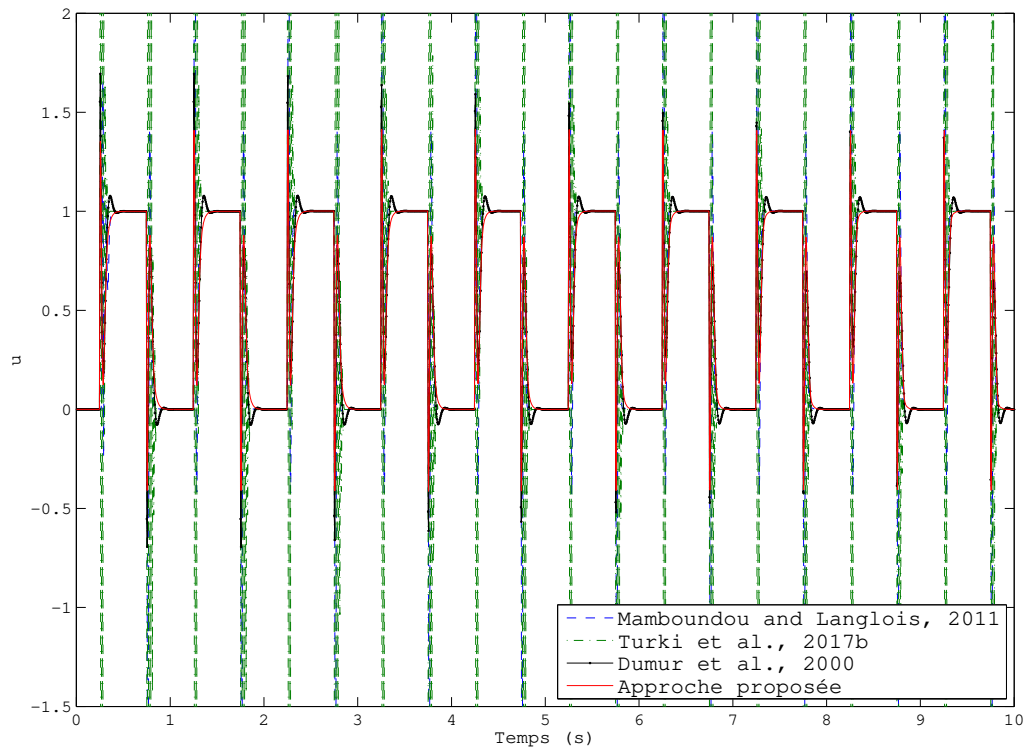


FIGURE 3.9 – Évolution des signaux de commande en fonction du temps

### 3.3 Stratégie de réglage proposée dans le cas des systèmes non linéaires

Le développement de modèles mathématiques des systèmes est un sujet d'importance majeure dans plusieurs disciplines des sciences et de l'ingénierie. Souvent, la modélisation est considérée comme la double conjonction entre la compréhension de la nature et du comportement d'un système ainsi que le traitement mathématique approprié conduisant à l'obtention d'un modèle manipulable. Pour la plupart des systèmes industriels existant, une modélisation non linéaire est souvent plus représentative de leur comportement et apporte une bonne connaissance sur leur évolution. Cependant, une modélisation non linéaire est plus délicate que la linéaire qui n'est valable qu'aux alentours d'une zone restreinte de fonctionnement. Dans cette partie, nous nous intéressons à étendre l'approche de réglage des paramètres de la commande prédictive au cas des systèmes non linéaires. Pour cela, la structure floue de type T-S est introduite dans un premier temps comme une approche de modélisation représentative et dans un second temps comme une technique de commande dédiée aux systèmes non linéaires.

#### 3.3.1 Modélisation T-S des systèmes non linéaires

##### Principe de la modélisation T-S

Au cours de ces dernières décennies, les modèles T-S ont été largement utilisés pour la représentation des systèmes non linéaires. Ce type de modélisation permet de représenter un système non linéaire à l'aide de plusieurs sous-modèles linéaires pondérés par le biais de fonctions non linéaires satisfaisant la propriété de convexité [Tanaka *et al.*, 1998a], [Sala, 2009] et [Allouche, 2016]. Le passage du modèle non linéaire à sa représentation T-S est effectué soit en linéarisant autour de plusieurs points de fonctionnement [Johansen *et al.*, 2000] soit en appliquant l'approche par secteurs non linéaires [Ohtake *et al.*, 2003].

La modélisation T-S est simple. Elle consiste en l'appréhension du comportement non linéaire dans le temps d'un système par un ensemble de modèles locaux le caractérisant dans différentes zones de fonctionnement. Par conséquent, les différents multi-modèles s'écrivent sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires invariant dans le temps pondérés par le biais de fonctions non linéaires appelées « Fonctions d'appartenance », comme il est décrit dans [Tanaka et Sugeno, 1992], [Tanaka et Wang, 2001], [Ben Hamouda *et al.*, 2013], [Ben Hamouda *et al.*, 2014], [Ben Hamouda *et al.*, 2016], [Allouche, 2016] et [Youssef *et al.*, 2017].

##### Représentation d'état d'un modèle T-S

Un modèle flou T-S peut représenter exactement le comportement d'un système non linéaire. Afin de mettre en place ce type de modélisation, un système non linéaire peut être écrit sous forme d'un modèle d'état continu avec des paramètres variables (appelé aussi modèle quasi-linéaire à paramètres

variants) comme suit :

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t)$$

$$y(t) = C(\theta)x(t)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les matrices du système,  $\theta$  le vecteur contenant les variables de prémisse (appelées aussi variables de décision) qui dépendent à la fois de l'état du systèmes  $x$  et des entrées de commande  $u$  [Huang et Jadbabaie, 1999], [Leith et Leithead, 2002], [Orjuela *et al.*, 2008], [Rodrigues *et al.*, 2008], [Orjuela *et al.*, 2009], [Nagy *et al.*, 2010] et [Chadli et Karimi, 2013]. Une condition importante qui doit être respectée dans la constitution des modèles T-S est la bornitude du vecteur des variables de prémisse comme suit :

$$\theta^{min} \leq \theta \leq \theta^{max} \quad (3.54)$$

où  $\theta^{min}$  et  $\theta^{max}$  sont respectivement les valeurs minimale et maximale de  $\theta$ . Selon [Tanaka et Wang, 2001], [Ichalal *et al.*, 2009a], [Ichalal *et al.*, 2012], [Ben Hamouda *et al.*, 2013], [Ben Hamouda *et al.*, 2014] et [Ben Hamouda *et al.*, 2016], le modèle flou est alors obtenu à partir d'un nombre fini de sous-modèles LTI bornés entre les bornes inférieures et supérieures et interconnectés grâce à des fonctions satisfaisant la propriété de somme convexe comme décrit dans l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{N_{lti}} \mu_i(\theta) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{N_{lti}} \mu_i(\theta) C_i x(t) \end{cases} \quad (3.55)$$

Sachant que  $N_{lti}$  est le nombre des sous-modèles linéaires,  $A_i(x(t)) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $B_i(x(t)) \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$  et  $C_i(x(t)) \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$  sont des matrices invariantes dans le temps décrivant la dynamique du système.  $\mu_i(\theta)$  représente le degré d'activation du  $i^{\text{ème}}$  sous-modèle associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus au moins importante du modèle local vis-à-vis du modèle global. Son rôle principal est d'assurer un passage progressif de ce modèle aux autres modèles locaux voisins. Ces fonctions d'activation sont non linéaires. Elles sont normalisées, peuvent être de forme sinusoïdale, triangulaire ou gaussienne et satisfont la propriété de convexité suivante :

$$\sum_{i=1}^{N_{lti}} \mu_i(\theta) = 1 \quad (3.56)$$

avec

$$0 \leq \mu_i(\theta) \leq 1, \forall i \geq 0$$

Un modèle T-S est décrit alors par des règles « **si-alors** » comme suit :

$$R_i : \text{ Si } \theta_1(t) \text{ est } F_1^i(\theta_1(t)) \text{ Et } \theta_2(t) \text{ est } F_2^i(\theta_2(t)) \text{ Et } \dots \theta_p(t) \text{ est } F_p^i(\theta_p(t))$$

**Alors**

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i(x(t))x(t) + B_i(x(t))u(t) \\ y(t) = C_i(x(t))x(t) \end{cases} \quad (3.57)$$

où  $R_i$  représente la  $i^{\text{ème}}$  règle floue;  $F_j^i$  pour  $j \in \{1, 2, \dots, p\}$  sont les fonctions d'appartenance des ensembles flous;  $\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_p(t)$  constituent le vecteur des variables de prémisse  $\theta$ . Elles peuvent être en fonction des variables d'état, de l'entrée, ou d'une combinaison des deux et de variables mesurées ou non.

Les fonctions d'activation  $\mu_i$  dépendent à la fois du vecteur des variables de prémisse  $\theta(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_p(t)]$  et aussi du choix de l'opérateur logique. Dans la modélisation T-S, l'opérateur "et" est souvent choisi comme étant le produit, par conséquent :

$$\mu_i(\theta(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(\theta_j(t)) \quad (3.58)$$

avec  $\mu_i(\theta(t)) > 0$ , pour  $t \geq 0$ .

Finalement, le modèle T-S global est obtenu en utilisant la somme pondérée et peut être formulé par l'équation suivante [Ichalal, 2009] et [Ben Hamouda *et al.*, 2016] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) \left( A_i(x(t)) x(t) + B_i(x(t)) u(t) \right) \\ \dot{y}(t) = \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) \left( C_i(x(t)) x(t) \right), \quad i \in 1, \dots, N_{l_{ti}} \end{cases} \quad (3.59)$$

La simplicité de la modélisation T-S réside dans le fait que les ensembles flous sont seulement présents dans la partie prémisse des règles.

### Nomenclature de la modélisation T-S

Au cours de la modélisation selon l'approche Takagi-Sugeno, plusieurs termes sont souvent employés. Par exemple : variables de prémisse, fonctions d'appartenance/fonctions d'activation, zones de fonctionnement ou bien règles floues. Ceux-ci sont précisés par les définitions suivantes :

- **Règles floues** : elles correspondent au nombre fini de modèles linéaires locaux LTI, et dénombrées par  $N_{l_{ti}} \in \mathbb{N}$ .
- **Variables de prémisse** : appelées aussi variables de décision, notées par  $\theta(t) \in \mathbb{R}^j$ , elles sont des variables vectorielles caractéristiques du système permettant l'évaluation des fonctions d'appartenance. Ces variables dépendent éventuellement des variables d'état et/ou de la commande et peuvent être mesurables ou non.
- **Fonctions d'appartenance** : notées  $\mu(x(t))$ , ce sont des fonctions non linéaires dépendant des variables de prémisse associées aux différentes zones de fonctionnement. Chaque fonction a pour rôle de déterminer le degré d'activation du sous-modèle local linéaire associé et indique par conséquent la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle initial. Ainsi, elles garantissent un passage progressif d'un modèle local invariant dans le temps aux modèles locaux voisins.
- **Les zones de fonctionnement** : elles représentent les domaines de validité des modèles locaux. Chaque domaine est défini pour un point de fonctionnement et son voisinage. Ces domaines peuvent être soit de validité disjointe ou bien avec recouvrement.

### Approches d'obtention d'un modèle T-S

Globalement, trois approches différentes peuvent être employées pour obtenir une structure multi-modèle sous forme T-S à partir d'un modèle non linéaire [Oudghiri, 2008], [Ichalal, 2009], [Ben Hamouda *et al.*, 2016] et [Allouche, 2016] :

**Multi-modèle par identification :** cette approche est appropriée dans le cas des systèmes sans modèle de connaissance où les modèles considérés sont de type boîte noire [Tanaka et Sugeno, 1992]. Cette approche est développée grâce à des techniques d'identification. En effet, le problème d'identification des systèmes non linéaires est réduit dans ce cas à une identification des sous-systèmes correspondant aux modèles locaux définis aux différents points de fonctionnement. La construction d'un multi-modèle par identification à partir des données d'entrées/sorties passe généralement par quatre étapes [Gasso, 2000] :

- La définition de la structure.
- La définition des fonctions d'appartenance.
- L'estimation des modèles locaux et des paramètres des fonctions d'appartenance (les méthodes d'optimisation numériques sont employées dans cette étape).
- La validation du modèle final (évaluation de la représentativité du multi-modèles).

**Multi-modèle par linéarisation :** cette approche est basée sur la linéarisation d'un système non linéaire à partir de son modèle mathématique. Ce dernier doit être représentatif du système étudié vis-à-vis de sa dynamique et de son évolution physique au cours du temps. La modélisation par linéarisation se traduit par la linéarisation du modèle non linéaire autour d'un nombre donné de points de fonctionnement méticuleusement choisis, ainsi que des linéarisations suivant des trajectoires arbitraires afin de décrire la dynamique du système par un ensemble fini de sous-modèles linéaires locaux. Par la suite, une interpolation entre ces différents modèles locaux par le biais de fonctions non linéaires doit être établie afin d'obtenir la structure T-S [Akhenak, 2004] et [Nagy *et al.*, 2010].

**Multi-modèle par secteurs non linéaires :** cette approche a été initialement investiguée par [Wang *et al.*, 1996] et [Tanaka *et al.*, 1996]. Son avantage majeur est de réduire au mieux le nombre de modèles locaux et d'assurer une erreur d'approximation minimale [Youssef *et al.*, 2017]. Contrairement aux deux autres approches citées précédemment et qui génèrent une approximation du modèle non linéaire, elle permet effectivement d'obtenir une structure T-S décrivant exactement la dynamique du système étudié. L'approche T-S par secteurs non linéaires repose sur les bornes inférieures et supérieures des termes non linéaires, comme décrit dans le Lemme 3.3.1. Son principe de construction est basé sur une Transformation Polytopique Convexe (TPC) des termes non linéaires du modèle [Tanaka et Wang, 2001], [Morère, 2001], [Ohtake *et al.*, 2003] et [Allouche, 2016]. Par conséquent, cette approche de modélisation est la seule approche permettant d'obtenir une structure T-S équivalente au modèle non linéaire initial, évitant ainsi une perte d'information par rapport à ce dernier. Ceci explique qu'elle soit la plus employée dans des problématiques comme l'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires écrits sous forme



d'une représentation d'état T-S et la synthèse de régulateurs [Tanaka *et al.*, 1996], [Ichalal *et al.*, 2012], [Djemili *et al.*, 2012a], [Abidi *et al.*, 2012] et [Ben Hamouda, 2015].

**Lemme 3.3.1.** Soit  $\theta_j(x, u), j \in \{1, 2, \dots, p\}$  l'ensemble des fonctions non linéaires et bornées sur un domaine compact  $D \subset \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{m_1}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$  avec  $x \in \mathbb{R}^{n_1}$  et  $u \in \mathbb{R}^{m_1}$ . Il existe deux fonctions ( $v = 1, 2$ ) telles que :

$$\begin{aligned} \mu_v &: D \mapsto [0, 1] \\ (x, u) &\mapsto \mu_v(x, u) \end{aligned}$$

Les fonctions  $\theta_j(x, u)$  peuvent être formulées sous forme convexe comme suit :

$$\theta(x, u) = \mu_1(x, u)\theta^{max} + \mu_2(x, u)\theta^{min}$$

avec :

$$\begin{cases} \theta^{max} = \max_{(x,u) \in D} \{\theta(x, u)\} \\ \theta^{min} = \min_{(x,u) \in D} \{\theta(x, u)\} \end{cases}$$

sachant que :

$$\mu_1(x, u) + \mu_2(x, u) = 1$$

Les fonctions de pondération  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont déterminées à partir de la relation suivante :

$$\mu_1 = \frac{\theta(x, u) - \theta^{min}}{\theta^{max} - \theta^{min}}; \mu_2 = 1 - \mu_1 = \frac{\theta^{max} - \theta(x, u)}{\theta^{max} - \theta^{min}}$$

Selon [Allouche, 2016], la structure obtenue du multi-modèle T-S selon l'approche des secteurs non linéaires n'est pas unique. En effet, en changeant le choix du vecteur des variables de prémisse, les propriétés de ces dernières changent et une nouvelle représentation T-S sera formulée. Toujours selon la même approche de construction des modèles T-S, le nombre fini des modèles locaux linéaires obtenu est  $N_{lti} = 2^p$  où  $p$  est un entier naturel désignant le nombre de variables de prémisse. Par conséquent, le nombre de règles floues et le nombre de termes non linéaires sont liés d'une manière exponentielle. Cette liaison peut être néfaste surtout lors de la manipulation de systèmes non linéaires complexes. Un nombre de règles élevé peut conduire à des problèmes de calcul importants.

Dans la suite de ce manuscrit, l'intérêt est porté sur la troisième approche d'obtention des modèles T-S. Ce choix est justifié par ses avantages majeurs du point de vue précision et connaissance des fonctions d'activation qui assurent l'interconnexion entre les différents modèles locaux LTI.

### Exemple d'obtention d'un modèle T-S

L'exemple considéré est un drone convertible de type Quad Tilt Wing (QTW). Le choix de cette application est basé sur la non linéarité de son modèle initial. Dans la partie qui suit, la stratégie de modélisation T-S du drone convertible est présentée en ayant comme objectif l'obtention d'une représentation d'état fidèle au comportement du processus considéré [Turki *et al.*, 2018a]. Comme le montre la Figure 3.10, il y a deux modes de mouvement fondamentaux : les vols verticaux et

horizontaux. Un mode d'opération, qui interpose ces deux vols, est également considéré. Le passage d'un mode à l'autre est affecté en utilisant un mécanisme d'inclinaison. Pendant les modes de décollage et d'atterrissage verticaux (en anglais Vertical TakeOff and Landing ou VTOL), le drone QTW ne dépend que de ses rotors et se comporte comme un Quadrotor avec une structure de type H [Bouallegue et Benkhoud, 2016]. Les angles d'inclinaison des ailes sont presque égaux à  $90^\circ$  avec le plan horizontal. En mode de vol horizontal, il se comporte comme un avion conventionnel avec un angle d'inclinaison des ailes presque égal à zéro degré [Lee et Kim, 2014], [Mao *et al.*, 2015], [Petr et Kashyapa, 2016], [Ortiz-Torres *et al.*, 2016], [Sun et Liu, 2017], [Filatova *et al.*, 2017] et [Kim *et al.*, 2017].

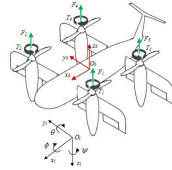


FIGURE 3.10 – Configuration d'un drone convertible de type QWTW [Benkhoud et Bouallègue, 2016].

Le modèle dynamique du mouvement d'attitude de l'UAV QTW pendant le mode VTOL a été intensivement étudié dans [Benkhoud et Bouallègue, 2016] et [Benkhoud et Bouallègue, 2017] et peut être exprimé comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\Theta} \dot{\psi} \\ \ddot{\Theta} = \frac{\tau_\Theta}{I_{yy}} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\Theta} \end{cases} \quad (3.60)$$

où  $\phi$ ,  $\Theta$  et  $\psi$  représentent respectivement les angles d'attitude du drone (roulis, tangage et lacet),  $l$  la distance entre les rotors et le centre de gravité,  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  et  $I_{zz}$  les moments d'inertie du système respectivement selon les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Le modèle dynamique devient :

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\Theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kl & -kl & kl & -kl \\ kl & kl & -kl & -kl \\ k\lambda_v & -k\lambda_v & -k\lambda_v & k\lambda_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

où  $k$  est le coefficient de portance,  $\lambda_v$  le rapport couple/force et  $\omega_i$  la vitesse angulaire du  $i^{\text{ème}}$  moteur.

Pour un vecteur d'état  $x = [\phi \ \dot{\phi} \ \Theta \ \dot{\Theta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T$  et des entrées de commande  $\tau_{\phi;\Theta;\psi}$ , le système est décrit par une représentation d'état de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(x)x + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.62)$$

avec :

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 \dot{\Theta} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 \dot{\phi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 \dot{\Theta} & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{cases} a_1 = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \\ a_2 = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \\ a_3 = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = \frac{1}{I_{xx}} \\ b_2 = \frac{1}{I_{yy}} \\ b_3 = \frac{1}{I_{zz}} \end{cases}$$

A partir de  $A(x)$ , deux fonctions non linéaires sont distinguées  $(\dot{\phi}, \dot{\psi})$ . Donc le vecteur des prémisses choisi  $\theta(x(t)) = [\dot{\phi}, \dot{\psi}]$  est de dimension  $p = 2$ .

La seconde étape consiste à appliquer la transformation polytopique convexe, présentée précédemment, à chaque variable de prémisses  $\theta_i(x(t))$ . D'après le lemme 3.3.1, nous réalisons pour chacune des variables de prémisses, une partition en deux zones pour obtenir :

$$\theta_1(x(t)) = F_0^1(\theta_1(x))\theta_1^{min} + F_1^1(\theta_1(x))\theta_1^{max} \quad (3.63)$$

$$\theta_2(x(t)) = F_0^2(\theta_2(x))\theta_2^{min} + F_1^2(\theta_2(x))\theta_2^{max} \quad (3.64)$$

où :

$$\begin{cases} F_0^1 = \frac{\theta_1^{max} - \theta_1(x(t))}{\theta_1^{max} - \theta_1^{min}} \\ F_1^1 = \frac{\theta_1(x(t)) - \theta_1^{min}}{\theta_1^{max} - \theta_1^{min}} \\ F_0^2 = \frac{\theta_2^{max} - \theta_2(x(t))}{\theta_2^{max} - \theta_2^{min}} \\ F_1^2 = \frac{\theta_2(x(t)) - \theta_2^{min}}{\theta_2^{max} - \theta_2^{min}} \end{cases} \quad (3.65)$$

tels que :

$$\theta_p^{max} = \max\{\theta_p(x(t))\} \quad \text{et} \quad \theta_p^{min} = \min\{\theta_p(x(t))\}, \quad \forall p = 1, 2 \quad (3.66)$$

En faisant toutes les combinaisons possibles,  $\mu_1 = F_0^1 F_0^2$ ,  $\mu_2 = F_0^1 F_1^2$ ,  $\mu_3 = F_1^1 F_0^2$  et  $\mu_4 = F_1^1 F_1^2$ , le modèle non linéaire est écrit sous la forme de quatre sous-modèles linéaires ( $N_{lti} = 2^p = 2^2$ )

interconnectés avec les fonctions d'appartenance  $\mu_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ , où les matrices constantes sont données par :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1\theta_2^{min} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2\theta_1^{min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_3\theta_2^{min} & 0 & 0 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1\theta_2^{max} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2\theta_1^{min} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_3\theta_2^{max} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1\theta_2^{min} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2\theta_1^{max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_3\theta_2^{min} & 0 & 0 \end{bmatrix} & A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1\theta_2^{max} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2\theta_1^{max} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_3\theta_2^{max} & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Dans le but de valider le modèle TS développé, des signaux aléatoires de type bruit blanc de moyenne nulle sont utilisés comme des entrées, pour le système non linéaire et le modèle T-S du QTW. La Figure 3.11 montre la concordance entre les réponses en attitude obtenues avec le modèle T-S développé et celles obtenues avec le système non linéaire du drone. Sur la base de ces résultats, les performances de modèle T-S développé sont satisfaisantes.

### 3.3.2 Stabilité des systèmes T-S

Le sujet d'analyse de stabilité des systèmes non linéaires écrits sous forme d'une représentation d'état T-S (3.55) a été largement étudié dans la littérature [Ichalal *et al.*, 2009a], [Djehghaba, 2012], [Bezzaoucha, 2013], [Chadli et Karimi, 2013], [Ben Hamouda, 2015] et [Allouche, 2016]. Grâce à l'écriture particulière du modèle T-S, l'extension des principes de la stabilité des systèmes linéaires au cas des systèmes non linéaires devient possible. Une technique souvent utilisée pour établir cette analyse de stabilité est basée sur la théorie de Lyapunov. La formulation LMI est employée afin de garantir des conditions suffisantes assurant la stabilité des systèmes T-S.

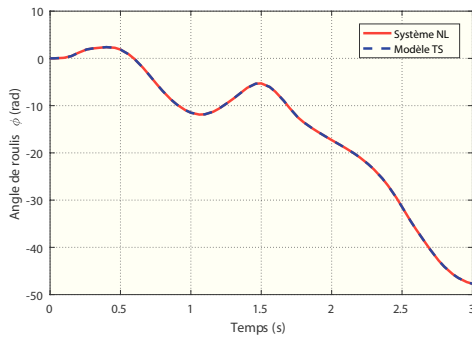
**Théorème 3.3.1.** [Tanaka et Sugeno, 1992], [Tanaka et Wang, 2001] et [Allouche, 2016]

Soit un modèle T-S autonome ( $u(t) = 0$ ) donné par :

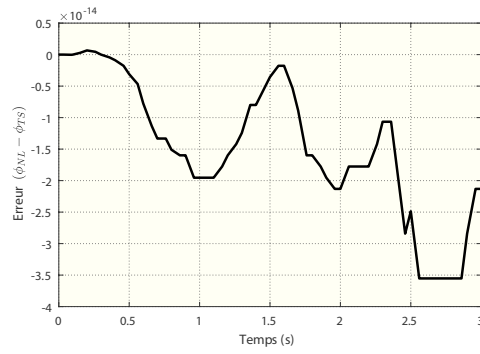
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta) (A_i x(t)) \quad (3.67)$$

Le système (3.67) est dit asymptotiquement stable s'il existe une matrice  $P$  tel que  $P = P^T > 0$  vérifiant les LMIs suivantes pour  $i \in \{1, 2, \dots, N_{l_{ti}}\}$  :

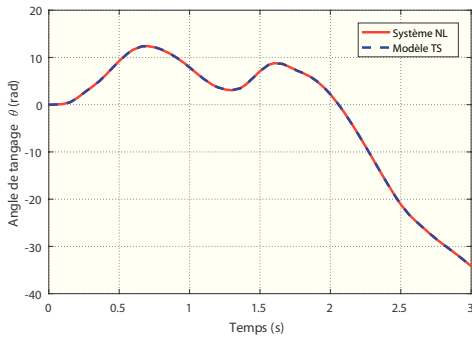
$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (3.68)$$



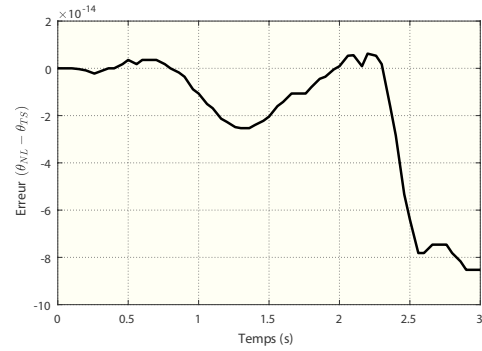
(a) Réponses du système non linéaire et modèle T-S : angle de roulis.



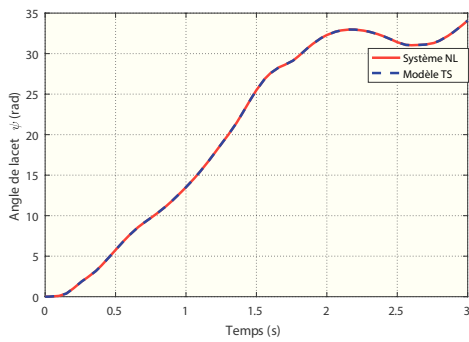
(b) Erreur  $\phi_{NL} - \phi_{TS}$ .



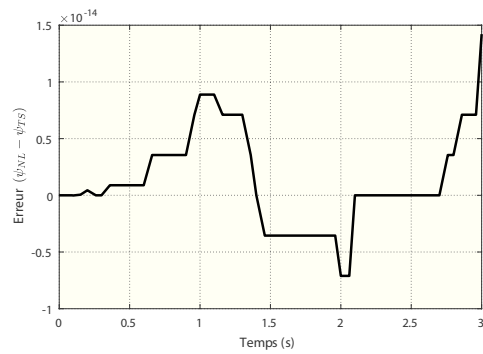
(c) Réponses du système non linéaire et modèle T-S : angle de tangage.



(d) Erreur  $\theta_{NL} - \theta_{TS}$ .



(e) Réponses du système non linéaire et modèle T-S : angle de lacet.



(f) Erreur  $\psi_{NL} - \psi_{TS}$ .

FIGURE 3.11 – Validation du modèle T-S.

**Démonstration 3.3.1.** L'étude de la stabilité d'un système non linéaire autonome repose sur le choix d'une fonction de Lyapunov candidate donnée par :

$$V(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (3.69)$$

avec  $P = P^T > 0$ , un recours à la propriété de somme convexe des fonctions de Lyapunov, formulées en termes LMIs, permet d'obtenir les  $N_{l_{ti}}$  conditions suffisantes pour la stabilité du système (3.67) afin qu'elles soient résolues simultanément.

Le système (3.55) dans le cas où il est autonome est stable si :

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}(t)^T P x(t) + x(t)^T P \dot{x}(t) < 0 \quad (3.70)$$

ce qui ramène que (3.55) est stable si :

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}(t)^T \left( \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) (A_i^T P + P A_i) \right) x(t) < 0 \quad (3.71)$$

L'inégalité (3.71) est vérifiée si les conditions suffisantes du théorème sont satisfaites.

□

D'après [Tanaka *et al.*, 1998a], l'interconnexion des sous-modèles stables n'est pas forcément stable. En effet, il a été vérifié, dans le cas où le nombre des sous-modèles locaux  $N_{l_{ti}}$  est élevé, que la détermination d'une matrice commune  $P$  satisfaisant en même temps tous les  $N_{l_{ti}}$  LMIs devient un problème compliqué à résoudre. D'autres travaux publiés ultérieurement ont porté sur la réduction du conservatisme des conditions imposées par le Théorème 3.3.1. En effet, l'utilisation de fonctions de Lyapunov polyquadratiques présentés dans (3.72) permet tout de même d'assurer la stabilité des systèmes non linéaires autonomes (3.55) mais cette fois-ci avec moins de restrictions que celles obtenues par le Théorème 3.3.1 [Johansson, 1999], [Chadli, 2002] et [Tanaka *et al.*, 2003] :

$$\dot{V}(x(t)) = x(t)^T \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) (P_i x(t)) \quad (3.72)$$

L'avantage de l'utilisation des fonctions de Lyapunov polyquadratiques est de calculer plusieurs matrices  $P_i$  au lieu d'une seule matrice commune  $P$ . Par conséquent, les contraintes de stabilité du Théorème 3.3.1 sont relaxées. Partant de l'idée de fonction continue par morceaux, une fonction de Lyapunov non quadratique a été introduite et définie de la manière suivante :

$$V(x(t)) = \max\{V_1(x(t)), V_2(x(t)), \dots, V_{N_{l_{ti}}}(x(t))\} \quad (3.73)$$

sachant que :

$$V_i(x(t)) = x(t)^T P_i x(t), \quad P_i = P_i^T > 0, \text{ pour } i = \{1, 2, \dots, N_{l_{ti}}\} \quad (3.74)$$

Ce type fonction a été exploité lors de l'étude de la stabilité des systèmes non linéaires à paramètres variant dans le temps [Boyd *et al.*, 1994]. Ils ont aussi fait l'objet d'application dans le cas des systèmes flous [Cao *et al.*, 1999], [Johansson, 1999] et [Zhang *et al.*, 2001] et ont été intégrés dans le cas des systèmes non linéaires sous forme d'une structure T-S [Johansson, 1999] et [Chadli, 2002]. Le Théorème 3.3.2 présenté ci-dessous donne les conditions de stabilité issues lors de la manipulation de ces fonctions de Lyapunov :

**Théorème 3.3.2.** [Johansson, 1999]

Le modèle T-S autonome (3.67) est stable, s'il existe des matrices symétriques et définies positives  $P_j$  et des scalaires strictement positifs  $\tau_{ijk}$  tels que :

$$A_i^T P_j + P_j A_i + \sum_{k=1}^{N_{l_{ti}}} \tau_{ijk} (P_j - P_k) < 0 \quad (3.75)$$

$$\text{avec } \begin{cases} P_j > 0 \\ \tau_{ijk} > 0 \end{cases} \text{ et } i, j = \{1, 2, \dots, N_{l_{ti}}\}.$$

L'avantage de ces conditions de stabilité est qu'elles sont moins restrictives que celles issues de la stabilité en utilisant les fonctions quadratiques. Par contre, le problème de résolution devient plus compliqué. En effet, l'introduction des fonctions quadratiques conduit à l'apparition d'inégalités matricielles bilinéaires (en anglais Bilinear Matrix Inequality ou BMI) qui sont plus délicates à résoudre que les LMIs [Tanaka et Wang, 2001], [Chadli, 2002], [Tanaka *et al.*, 2003], [Guerra *et al.*, 2006] et [Yoneyama, 2008]

### 3.3.3 Stabilisation des systèmes T-S

Le problème de stabilisation des systèmes non linéaires sous forme T-S consiste à trouver une loi de commande  $u(t)$  afin que le système (3.55) satisfasse les performances souhaitées en boucle fermée. De nombreux travaux dans la littérature se sont intéressés à l'étude de la stabilisation des systèmes non linéaires décrits sous une structure multi-modèle, plus particulièrement les systèmes décrits sous forme T-S [Takagi et Sugeno, 1985], [Tanaka *et al.*, 1998b], [Guerra et Vermeiren, 2001], [Kim et Lee, 2000] et [Chadli *et al.*, 2001a]. Vu que souvent l'étude de la stabilité des système T-S est basée sur la technique de Lyapunov quadratique, qui, à son tour, exige des hypothèses restrictives et conduit à des conditions de stabilité suffisantes [Tanaka et Sugeno, 1992], l'emploi de la formulation convexe sous forme LMI facilite la résolution de tels problèmes [Boyd *et al.*, 1994]. Cependant, l'intégration d'un nombre de contraintes élevé et le souhait de trouver en même temps une matrice définie positive limite le nombre de solutions. Par conséquent, l'étude de la stabilité par la technique de Lyapunov n'est pas toujours possible.

**Définition 3.3.1.** [Chadli *et al.*, 2001b] Si les paires  $(A_i, B_i)$  pour  $i \in \{1, 2, \dots, N_{l_{ti}}\}$  sont commandables, alors le système (3.55) est dit localement commandable.

**Définition 3.3.2.** [Chadli *et al.*, 2001b] Si les paires  $(A_i, B_i)$  pour  $i \in \{1, 2, \dots, N_{l_{ti}}\}$  sont observables (détectables), alors le système (3.55) est dit localement observable.

Dans la suite, le système multi-modèle (3.55) est supposé localement observable et commandable. Plusieurs techniques ont été proposées afin d'assurer la stabilisation des systèmes T-S. Nous en citons, dans la suite, quelques-unes :

1. **Stabilisation par commande type PDC** : La technique PDC (en anglais Parallel Distributed Compensation) est utilisée pour déterminer une loi de commande  $u(t)$  pour les systèmes T-S lorsque les variables d'état sont toutes disponibles [Wang *et al.*, 1996], [Tanaka *et al.*, 1996], [Tanaka *et al.*, 1998a], [Assawinchaichote *et al.*, 2004]. Le principe est de générer un régulateur par retour d'état relatif à chaque modèle linéaire local invariant dans le temps. La loi de commande globale est obtenue alors par agrégation des lois de commande locales linéaires. Cette technique est appelée aussi approche de stabilisation par retour d'état [Oudghiri, 2008].
2. **Stabilisation par retour de sortie** : Dans le cas où l'état du système T-S n'est pas disponible à tout instant, une approche proposée est la synthèse d'une loi de commande par retour de sortie

(statique ou dynamique). Cette technique a attiré l'attention de plusieurs chercheurs [Cao *et al.*, 1998], [Kar, 1999], [Chadli *et al.*, 2002], [Lo et Lin, 2003], [Kau *et al.*, 2007], [Huang et Nguang, 2007] et [Wu, 2008].

3. **Stabilisation par contrôleur  $H_\infty$**  : la stabilisation par observateurs est parmi les approches les plus étudiées dans la littérature sur la stabilisation des systèmes T-S. Cette technique rend possible le calcul des gains à la fois du contrôleur et de l'observateur. Le principe de cette approche est de concevoir une commande PDC basée sur un observateur qui assure la stabilité en boucle fermée du système T-S et satisfasse le critère  $H_\infty$  [Xiaodong et Qingling, 2003], [Lin *et al.*, 2005] et [Oudghiri *et al.*, 2007].
4. **Stabilisation par poursuite de trajectoires selon la norme  $L_2$**  : Cette technique utilise l'écriture de la dynamique d'erreur d'estimation d'état sous la forme d'un système incertain. Ces incertitudes sont supposées bornées ou encore constantes. Elle fait partie des approches de stabilisation des systèmes T-S à base d'un observateur. Le gain de cet observateur est déterminé de telle manière qu'il assure la stabilité du système avec une atténuation  $L_2$  [Bara, 2001], [Weinmann, 2012] et [Ben Hamouda, 2015].

### 3.3.4 Synthèse d'une commande prédictive basée sur des modèles T-S (TSMPC)

La structure de commande proposée dans ce manuscrit est fondée sur la synthèse d'un contrôleur prédictif pour systèmes non linéaires décrits par un modèle T-S. Les sous-modèles sont pondérés par des fonctions d'activation dépendant fortement de la variation de paramètres tels que les vecteurs d'état et de commande. La loi de commande appliquée au système non linéaire est alors la suivante :

$$u(t) = \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) u_i(t) \quad (3.76)$$

Ici, la commande prédictive est appliquée aux  $N_{l_{ti}}$  sous-systèmes linéaires présentant chacun une zone de fonctionnement bien déterminée. En effectuant une interpolation entre les différentes lois de commande  $\{u_1, u_2, \dots, u_{l_{ti}}\}$ , la commande prédictive peut contrôler le système non linéaire initial. L'étude de la stabilité des systèmes T-S a fait le sujet de plusieurs travaux [Johansen *et al.*, 2000] et [Zheng *et al.*, 2002]. La Figure 3.12 montre le principe de l'interpolation appliquée au système non linéaire décrit par un modèle T-S. La commande prédictive appliquée au système T-S dans ce manuscrit est désignée par TSMPC.

#### Exemple d'illustration

Afin d'illustrer au mieux l'approche de réglage des paramètres de la commande prédictive proposée aux systèmes non linéaires, reprenons l'exemple du drone convertible de type QTW déjà présenté dans la partie 3.3.1. Puisque le système considéré présente deux variables non linéaires  $\theta_1(x(t))$  et  $\theta_2(x(t))$ , alors  $N_{l_{ti}} = 2^2 = 4$ . La loi de commande à appliquer au système devient alors :

$$u(k) = \sum_{j=1}^4 \mu_j(\theta(t)) u_j(k)$$



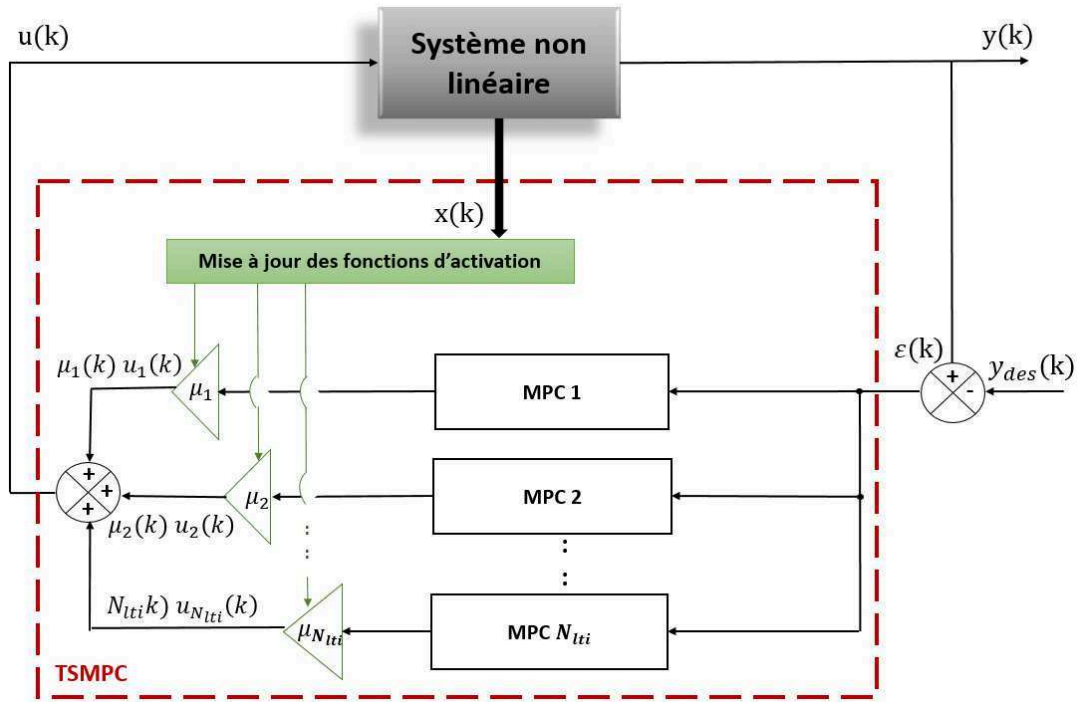


FIGURE 3.12 – Principe de la loi de commande prédictive par interpolation appliquée à un système T-S.

Le pas d'échantillonnage est fixé à  $T_s = 0.1s$  [Turki *et al.*, 2018a]. Les trois angles d'Euler de roulis, de tangage et de lacet sont délimités comme suit [Benkhoud et Bouallègue, 2017] :

$$\begin{aligned} -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} < \Theta < \frac{\pi}{2} \\ -\pi < \psi < \pi \end{aligned}$$

Les valeurs numériques des paramètres du drone QTW étudié sont indiquées dans le Tableau 3.2 [Benkhoud et Bouallègue, 2017]. Le drone de type QTW possède trois entrées ( $n_{in} = 3$ ). Afin de

TABLEAU 3.2 – Paramètres physiques du QTW considéré.

Symbole	Description	Valeur
$m$	Masse totale du drone	1.25 kg
$l$	Distance entre rotors et centre de gravité	0.2 m
$I_{xx}$	Moment d'inertie selon l'axe $x$	$1.353e^{-3} \text{ kgm}^2$
$I_{yy}$	Moment d'inertie selon l'axe $y$	$1.353e^{-3} \text{ kgm}^2$
$I_{zz}$	Moment d'inertie selon l'axe $z$	$1.706e^{-3} \text{ kgm}^2$
$\lambda_v$	Rapport couple/force	0.01 Nm/N
$k$	Coefficient de portance	$2.92e^{-3} \text{ Nm/s}^2$

montrer la pertinence de l'approche de réglage de la commande prédictive proposée, le vecteur de pondération  $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]$  a été calculé en se basant sur :

- a) notre approche TSMPC.

b) une approche méta-heuristique [Benkhoud et Bouallègue, 2017].

Notons ici que la valeur des horizons  $N_c$  et  $N_p$  est déterminée grâce à notre approche. Les paramètres utilisés dans les simulations pour les deux approches sont donnés dans le Tableau 3.3.

TABLEAU 3.3 – Paramètres utilisés dans la synthèse de la TSMPC

	[Benkhoud et Bouallègue, 2017]				TSMPC			
	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 4	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 4
$N_c$	5	5	5	5	5	5	5	5
$N_p$	29	29	29	29	29	29	29	29
	0.9450	0.0495	0.1655	3.0000	0.0095	0.0033	0.0133	0.0510
$\lambda$	1.0000	1.6982	2.2678	2.9962	0.0080	0.0024	0.0650	1.0220
	0.0297	3.0000	0.0018	2.9807	0.0067	0.0050	0.0065	0.0065

Les paramètres de la MPC sont calculés pour chaque modèle  $i$  avec  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ . Les signaux de sortie et de commande sont représentés respectivement sur les Figures 3.13 et 3.14. Les fonctions d'activations sont données dans la Figure 3.15.

D'après la Figure 3.13 et les Tableaux 3.4, 3.5 et 3.6, d'une part, le temps de montée obtenu avec l'approche analytique (1.3s) est inférieur à celui obtenu en se basant sur l'approche méta-heuristique (2s) pour les trois signaux de sortie considérés  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$ . D'autre part, le temps de réponse à 2%, avec notre approche, est d'environ 2.6s, ce qui est inférieur à celui obtenu à partir de l'approche de [Benkhoud et Bouallègue, 2017] ( $\simeq 3.8s$ ). Par conséquent, les sorties prédites selon notre approche sont plus rapides que celles calculées selon l'approche méta-heuristique. Concernant les critères de performances relatifs à l'énergie consommée, en utilisant l'approche TSMPC, nous obtenons des valeurs minimales des critères VARU, CSE et CEE pour suivre la sortie désirée. Pour conclure, l'approche proposée présente le meilleur compromis en termes d'énergie consommée et de rapidité. Les méthodes méta-heuristique et analytique offrent toutes les deux des sorties stables avec un indice SDI presque identique. Ce résultat est cohérent avec la méthode de réglage proposée. En fait, les méthodes analytique et méta-heuristique sont implémenté avec un horizon de prédiction  $N_p$  calculé en se basant sur notre approche analytique, qui à son tour propose  $N_p^{opt}$  assurant la stabilité optimale du système en boucle fermée.

### Estimation d'état pour la synthèse de la TSMPC

Jusqu'à présent dans ce manuscrit, les états du système ont été considérés accessibles. Cependant, en pratique, la mesure de toutes les composantes du vecteur d'état n'est pas toujours faisable. La manipulation des systèmes T-S devient alors plus compliquée si ces derniers possèdent des Variables de Prémisse Non Mesurables (VPNM). Dans une telle situation, un observateur doit être utilisé afin d'estimer les valeurs des états non mesurables de système.

L'analyse d'observabilité d'un système consiste à établir les conditions sous lesquelles le vecteur d'état du système peut être reconstruit à partir des entrées/sorties mesurées. Les travaux de [Chen

TABLEAU 3.4 – Comparaison des performances relatives à  $y_1$

	Selon [Benkhoud et Bouallègue, 2017]	Selon TSMPC
<b>RT (s)</b>	2.1895	1.9747
<b>ST (s)</b>	3.8713	2.9816
<b>OV (%)</b>	1.2457	0
<b>MTE</b>	0.0285	0.0091
<b>SDI</b>	0.7764	0.7877
<b>VARU (<math>e^{-7}</math>)(<math>u_1</math>)</b>	5.4067	5.1076
<b>CSE (<math>e^{-4}</math>)(<math>u_1</math>)</b>	1.6959	1.3961
<b>CEE (<math>e^{-4}</math>)(<math>u_1</math>)</b>	2.9198	2.7208
<b>cond(H)</b>	4.3871	4.3871

TABLEAU 3.5 – Comparaison des performances relatives à  $y_2$

	Selon [Benkhoud et Bouallègue, 2017]	Selon TSMPC
<b>RT (s)</b>	2.0893	1.3022
<b>ST (s)</b>	3.8225	2.6328
<b>OV (%)</b>	2.1384	1.4898
<b>MTE</b>	0.0149	0.0214
<b>SDI</b>	0.7764	0.7877
<b>VARU (<math>e^{-7}</math>)(<math>u_2</math>)</b>	5.3987	5.1076
<b>CSE (<math>e^{-4}</math>)(<math>u_2</math>)</b>	1.6935	1.3961
<b>CEE (<math>e^{-4}</math>)(<math>u_2</math>)</b>	2.9121	2.7208
<b>cond(H)</b>	4.3871	4.3871

TABLEAU 3.6 – Comparaison des performances relatives à  $y_3$

	Selon [Benkhoud et Bouallègue, 2017]	Selon TSMPC
<b>RT (s)</b>	2.0358	1.3415
<b>ST (s)</b>	3.7998	2.6161
<b>OV (%)</b>	2.0401	0
<b>MTE</b>	0.0245	0.0002
<b>SDI</b>	0.7764	0.7877
<b>VARU (<math>e^{-7}</math>)(<math>u_3</math>)</b>	5.4068	5.4026
<b>CSE (<math>e^{-4}</math>)(<math>u_3</math>)</b>	1.6959	1.5961
<b>CEE (<math>e^{-4}</math>)(<math>u_3</math>)</b>	2.9200	2.9107
<b>cond(H)</b>	4.3871	4.3871

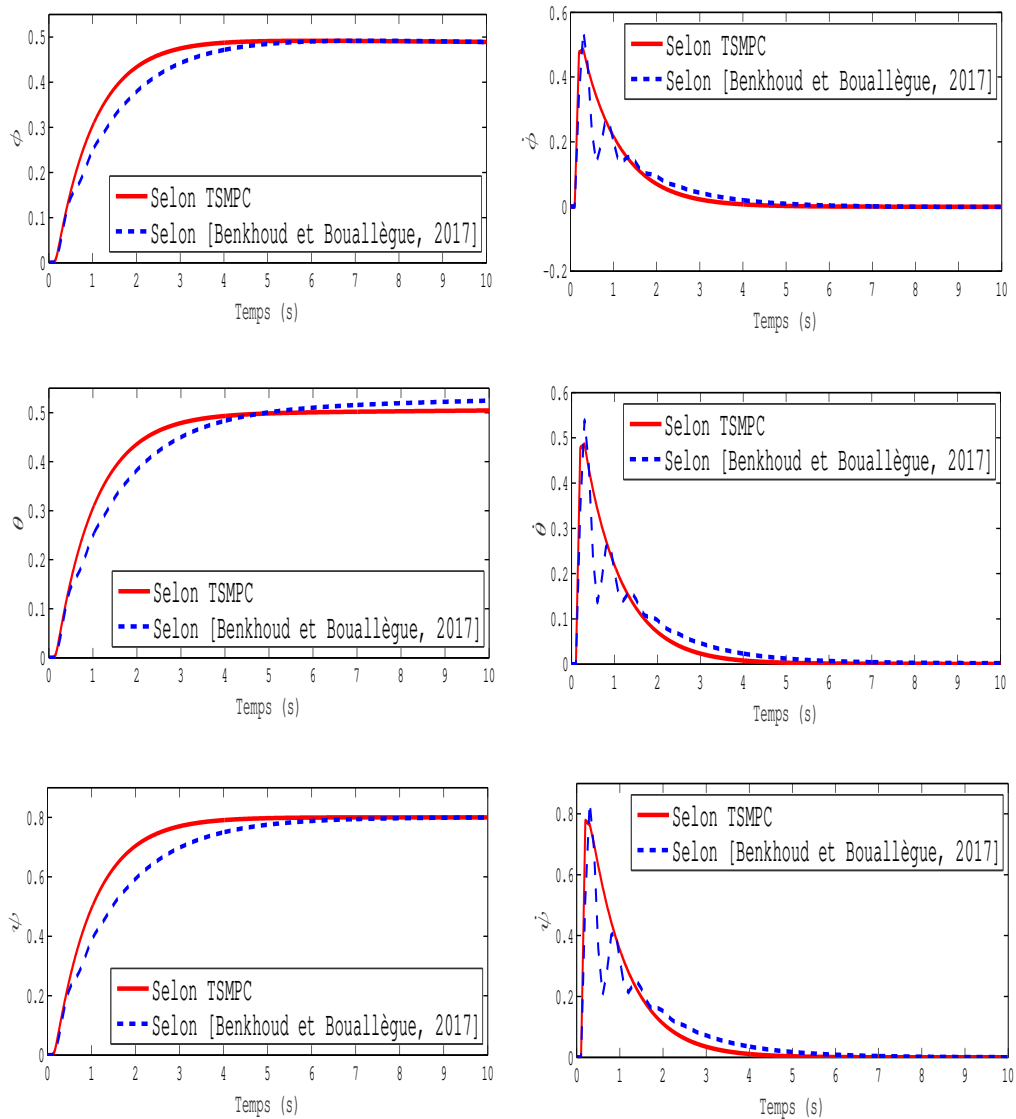


FIGURE 3.13 – Évolution des signaux de sortie en fonction du temps

et Saif, 2007] ont été parmi les travaux publiés dans la littérature dans ce contexte. Les auteurs de ces travaux considèrent que la variable de décision est l'état du système et admettent une condition Lipchitzienne pour les termes non linéaires issus de la non mesurabilité des variables de prémisses. Vu que la condition Lipchitz imposée est sévère vis-à-vis des termes non linéaires, leur approche est classée comme conservatrice. Cette approche a été étendue avec [Marx *et al.*, 2007] et appliquée au domaine de la détection et de la localisation de défauts. D'une manière générale pour les systèmes T-S, l'observabilité du système est calculée à partir de chaque paire  $(A_i, C_i)$  des modèles linéaires locaux [Kamidi *et al.*, 2000], [Angelis, 2001] et [Ichalal, 2009].

La structure d'observateur T-S s'appuie sur une extension de l'observateur de type Luenberger proposé dans [Luenberger, 1971] pour les systèmes linéaires. Vu que l'observateur est dédié aux multi-

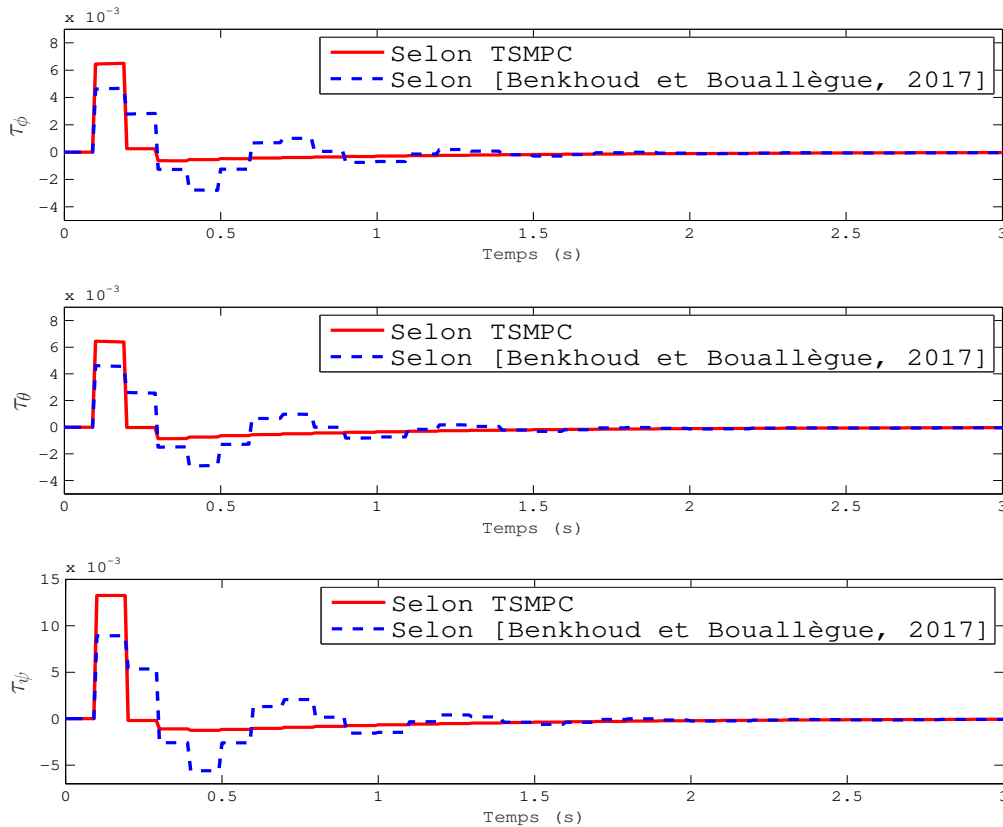


FIGURE 3.14 – Évolution des signaux de commande en fonction du temps

modèles, ce choix paraît adéquat. La représentation d'état d'un observateur T-S est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.77)$$

où  $\hat{x}(t)$  et  $\hat{y}(t)$  représentent respectivement l'état et la sortie estimés. Les gains  $L_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N_{l_{ti}}$ ) sont les gains de l'observateur T-S. La détermination de  $L_i$  se fait de manière à ce que la valeur de l'état estimé  $\hat{x}(t)$  tende asymptotiquement vers la valeur de l'état réel  $x(t)$ . Par conséquent, la stabilité du système qui génère l'erreur d'estimation d'état doit être assurée. Cette erreur est définie par la relation suivante :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.78)$$

Notons ici que les fonctions d'activations  $\mu_i$ , vérifiant la propriété de somme convexe, dépendent de la connaissance ou non des variables de prémisse. À ce stade, deux cas possibles peuvent être rencontrés :

1. **Variables de Prémisse Mesurables (VPM) :** Dans le cas d'un système T-S à VPM, la synthèse d'observateurs repose sur l'hypothèse de la disponibilité des variables de prémisse. La conception de cet observateur d'état lorsque les variables de prémisse sont mesurables a fait l'objet de plusieurs travaux [Boyd *et al.*, 1994], [Darouach *et al.*, 1994], [Patton *et al.*, 1998], [Johansson,

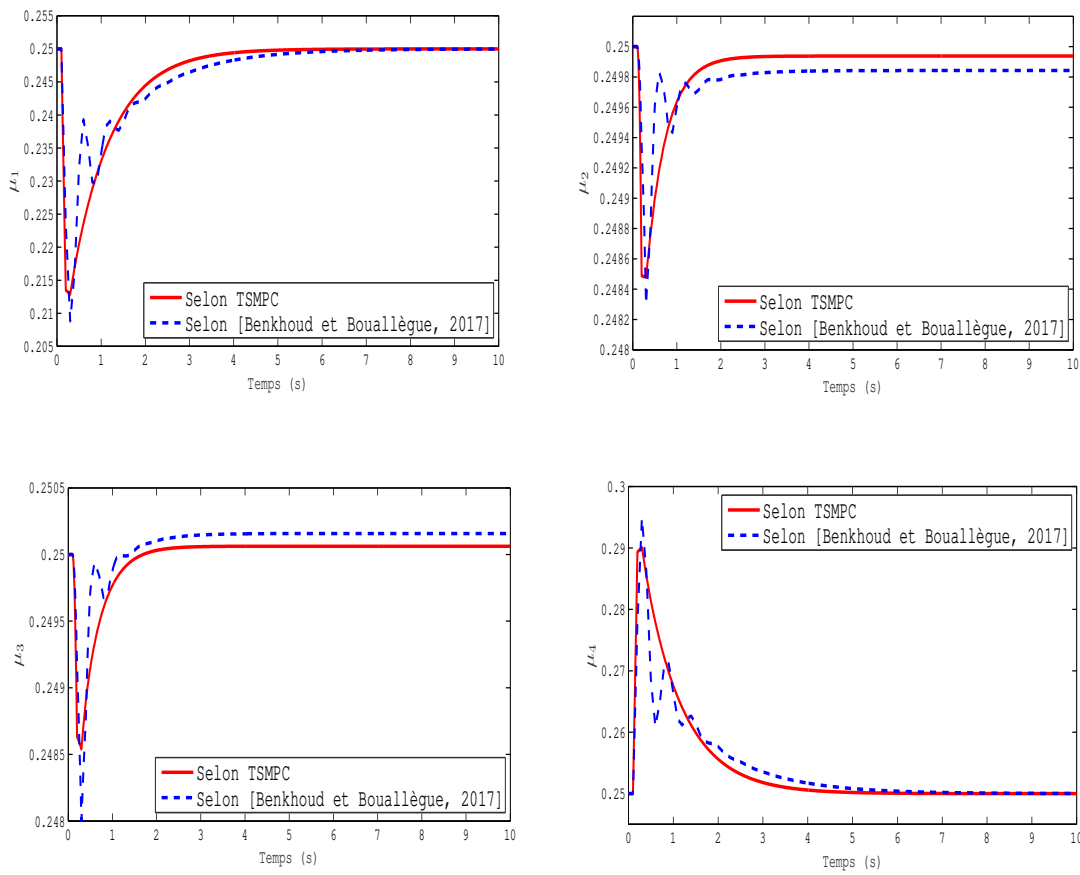


FIGURE 3.15 – Évolution des fonctions d'activation en fonction du temps

1999], [Chadli, 2002], [Tanaka *et al.*, 2003], [Akhenak, 2004], [Rodrigues, 2005] et [Kruszewski, 2006].

- 2. Variables de Prémisse Non Mesurables (VPNM) :** Dans le cas d'un système T-S à VPNM, la synthèse d'observateurs repose sur l'hypothèse que les variables de prémisse ne sont pas disponibles. Par conséquent, la représentation d'état d'un observateur T-S à VPNM est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{N_{iti}} \mu_i(\hat{\theta}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.79)$$

où  $\hat{\theta}$  est la valeur estimée de  $\theta$ .

L'étude des systèmes non linéaires sous forme T-S à VPNM est réaliste et fait l'objet d'un intérêt important [Bergsten et Palm, 2000], [Bergsten *et al.*, 2001], [Bergsten *et al.*, 2002], [Yoneyama, 2008], [Ichalal, 2009], [Ichalal *et al.*, 2009a], [Ichalal *et al.*, 2009b], [Ichalal *et al.*, 2010] et [Ichalal *et al.*, 2012]. Cette tendance s'explique par le fait que ce type de systèmes est plus fréquent dans le monde réel que celui des systèmes à VPM. En effet, la construction d'un modèle T-S à partir

de l'approche par la transformation en secteurs non linéaires conduit souvent à une zone où les variables d'état sont non accessibles alors qu'elles apparaissent dans les fonctions d'activation.

Dans ce qui suit, les variables de prémisse seront supposées mesurables.

### 3.3.5 Synthèse d'une commande prédictive adaptative basée sur des modèles T-S (ATSMPC)

Dans cette partie, nous proposons d'étendre le principe de réglage non adaptatif déjà présenté dans la partie 3.3.4. L'idée est d'appliquer notre approche analytique afin de déterminer les valeurs optimales des paramètres  $N_c$ ,  $N_p$  et  $\lambda$  pour chaque modèle  $i$  avec  $i \in \{1, 2, \dots, N_{l_{ti}}\}$  et à chaque pas d'itération  $T_s$ . Les paramètres de la MPC sont alors mis-à-jour automatiquement. Par conséquent, dans ce manuscrit, une approche de réglage Adaptative de la Commande Prédictive à base de modèles T-S notée par ATSMPC dédiée aux systèmes non linéaires est présentée. La Figure 3.16 illustre le concept de l'ATSMPC proposée.

Une application de l'ATSMPC au moteur Diesel fera l'objet du chapitre suivant et montrera la pertinence de l'approche proposée.

## 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche analytique de réglage de la commande prédictive pour les systèmes MIMO linéaires. Les contraintes d'inégalité linéaires ont bien été considérées. Dans les deux cas, une étude théorique sur la stabilité du système en boucle fermée a été menée. Cette démarche a permis de mettre en évidence la condition numérique du processus et d'améliorer éventuellement la rapidité, la précision des signaux de sortie et le coût nécessaire de la commande prédictive.

Nous avons utilisé la structure de modélisation T-S afin d'étendre l'approche de réglage proposée aux systèmes non linéaires, que nous avons désignée par la suite par l'approche « TSMPC ». La réponse indiciaire obtenue grâce à la TSMPC appliquée à un drone convertible QTW a montré sa pertinence comparée à une approche méta-heuristique identifiée dans la littérature.

Pour résumer, dans le troisième chapitre de ce manuscrit, nous avons proposé une approche à critère analytique de réglage des paramètres de la MPC. Cette approche détermine une combinaison des paramètres en résolvant un problème d'optimisation multi-objectif visant à assurer un compromis entre :

- La stabilité optimale en boucle fermée ;
- La précision des signaux de sortie ;
- La rapidité des réponses du système ;
- La stabilité numérique ;
- La garantie de l'inversibilité de la matrice Hessienne.

Dans le chapitre suivant, une application numérique de l'ATSMPC proposée au circuit d'air du moteur Diesel sera présentée. Une analyse de la robustesse suite aux éventuels défauts du système

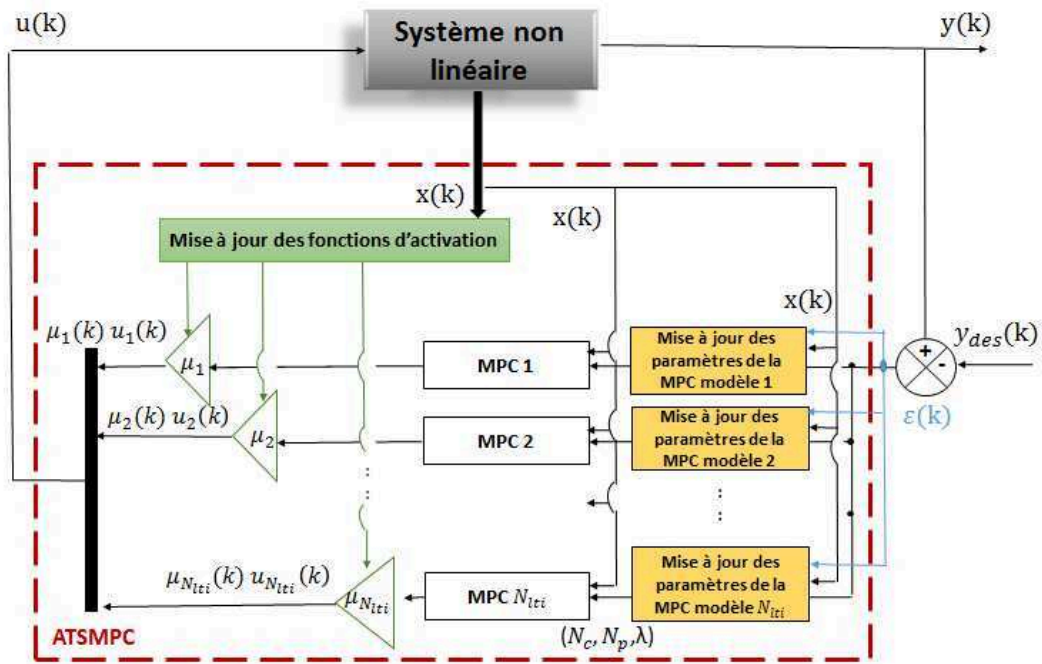


FIGURE 3.16 – Concept proposé de l'ATSMPC.

DEAP sera également détaillée afin de montrer l'intérêt de l'approche proposée et son extension au cas des systèmes non linéaires décrits par un modèle T-S.



## CHAPITRE

# 4

# APPLICATION DE L'ATSMPC AU CIRCUIT D'AIR DU MOTEUR DIESEL

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>95</b>
<b>4.2</b>	<b>Le moteur Diesel</b> . . . . .	<b>95</b>
	Principe de fonctionnement d'un moteur Diesel . . . . .	96
	Émissions polluantes et influence sur le contrôle moteur . . . . .	98
	Le système d'admission d'air . . . . .	99
<b>4.3</b>	<b>Modélisation du système DEAP</b> . . . . .	<b>102</b>
4.3.1	Etat de l'art sur la modélisation du moteur Diesel . . . . .	102
4.3.2	Modèle complet du Système DEAP . . . . .	103
	Modélisation de l'admission . . . . .	103
	Modélisation de l'échappement . . . . .	105
	Modélisation du turbocompresseur . . . . .	105
4.3.3	Modèle réduit du Système DEAP . . . . .	106
4.3.4	Modèle T-S du Système DEAP . . . . .	107
<b>4.4</b>	<b>Etat de l'art sur le contrôle moteur</b> . . . . .	<b>115</b>
4.4.1	Commande intelligente . . . . .	116
4.4.2	Commande par modes glissants . . . . .	116
4.4.3	Commande optimale . . . . .	117
4.4.4	Problématique du contrôle considérée . . . . .	118
<b>4.5</b>	<b>Application de l'ATSMPC au système DEAP</b> . . . . .	<b>119</b>
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>131</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une approche analytique de réglage hors ligne des paramètres d'une commande prédictive avec contraintes. Désignée par "TSMPC", celle-ci est applicable aux systèmes linéaires mais aussi aux non linéaires décrits par un modèle T-S.

Dans le présent chapitre, nous étendrons cette dernière afin de la rendre applicable en ligne. Par conséquent, nous allons proposer une approche de réglage adaptative des paramètres de la commande prédictive que nous désignons par ATSMPC et nous montrons sa pertinence à l'aide d'une illustration numérique relevant du contrôle d'un moteur Diesel. En effet, grâce à leurs faibles consommations de carburant et leurs faibles émissions de dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), les moteurs Diesel se sont imposés comme une alternative aux moteurs à essence. Cependant, les émissions de gaz polluants tels que l'oxydes d'azote ( $NO_x$ ) et les particules ( $PM$ ) restent leurs majeurs inconvénients. Pour minimiser ces émissions tout en garantissant une énergie fournie et un confort d'utilisation maximaux, il est fondamental de maîtriser la combustion air/carburant.

La problématique du contrôle des moteurs Diesel revient alors à synthétiser les lois de commande adéquates pour assurer le suivi des signaux de référence et optimiser leurs rendements. Nous distinguons généralement deux parties de contrôle moteur : le contrôle du circuit d'air du moteur Diesel (en anglais Diesel Engine Air Path ou DEAP) et le contrôle de l'injection du carburant. Dans ce manuscrit, nous nous intéressons au système d'air. Dans un premier temps, un état de l'art sur les différentes parties constituant le moteur Diesel et son principe de fonctionnement seront présentés. Dans un deuxième temps, et afin de décrire le comportement dynamique du système DEAP, nous introduisons un modèle à valeurs moyennes d'ordre sept proposé par [Jankovic et Kolmanovsky, 2000a]. Cependant, pour des fins de contrôle, un modèle réduit d'ordre trois sera considéré dans nos travaux. Ce dernier est plus simple à manipuler et jugé suffisant pour les besoins de commande. Dans un troisième temps, un état de l'art sur les lois de commande pour le contrôle moteur est exposé et la problématique du contrôle adapté dans nos travaux est détaillée. Finalement, la validation de la stratégie de contrôle développée dans le chapitre précédent sur le modèle non linéaire du système moteur Diesel est présentée. Pour cela, nous appliquons l'approche adaptative de réglage de la commande prédictive ATSMPC présentée dans le troisième chapitre sur le système DEAP écrit sous forme d'une représentation T-S à VPM. La mise à jour des paramètres de la MPC rend la stratégie de contrôle moteur proposée robuste vis-à-vis d'éventuels défauts systèmes. Par conséquent, une approche adaptative et robuste est conçue pour résoudre le problème de suivi des signaux de référence en présence de contraintes d'inégalité linéaires imposées par le système et par accommodation de défauts.

## 4.2 Le moteur Diesel

Le moteur Diesel fait partie des moteurs à allumage non-commandé (ou spontané) et à combustion interne, c'est-à-dire que son mélange air/carburant s'enflamme d'une manière spontanée. Ce phénomène appelé auto-inflammation constitue sa différence principale avec le moteur essence, qui est lui à allumage commandé [Arnold, 2007]. L'architecture mécanique de base du moteur Diesel

à quatre temps est donnée par la Figure 4.1. Elle est constituée d'un piston qui se déplace en mouvement alternatif dans un cylindre. Les deux limites extrêmes du mouvement du piston sont appelées respectivement Point Mort Haut (PMH) et Point Mort Bas (PMB). Le volume balayé entre ces deux limites constitue le cylindre unitaire. Celui qui se trouve en haut du PMH se nomme chambre à combustion. Le piston est relié à une manivelle par une bielle. L'ensemble arbre de rotation et manivelle forme le vilebrequin [Heywood *et al.*, 1988].

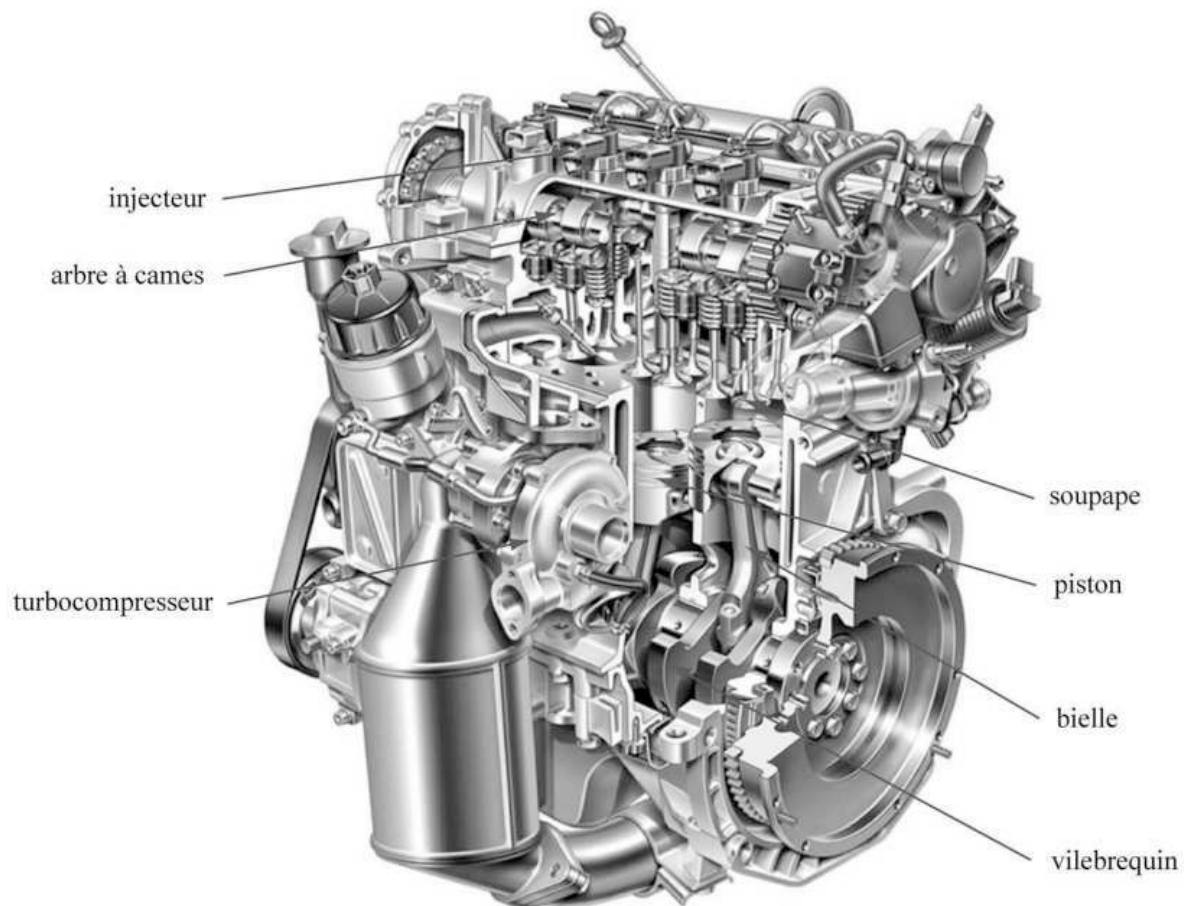


FIGURE 4.1 – Architecture mécanique d'un moteur Diesel à 4 temps [Grondin, 2004, Arnold, 2007].

### Principe de fonctionnement d'un moteur Diesel

Le moteur Diesel permet de transformer une énergie chimique contenue dans le combustible en une énergie mécanique. Cette énergie est libérée lors du phénomène de combustion. Le mécanisme de combustion d'un moteur Diesel à quatre temps ne se fait pas d'une manière continue, mais plutôt, grâce à une succession de combustions brèves, succinctes et bien synchronisées avec le mouvement du piston. Entre ces moments de combustions, des étapes d'évacuation du gaz d'échappement et d'insertion de l'air frais dans les cylindres se sont produits. Beau de Rochas a défini le "cycle" comme une période élémentaire de ce séquençement [de Rochas, 1862]. Ce cycle est constitué de quatre temps : l'admission,

la compression, l'explosion puis la détente et l'échappement comme donné dans la Figure 4.2.

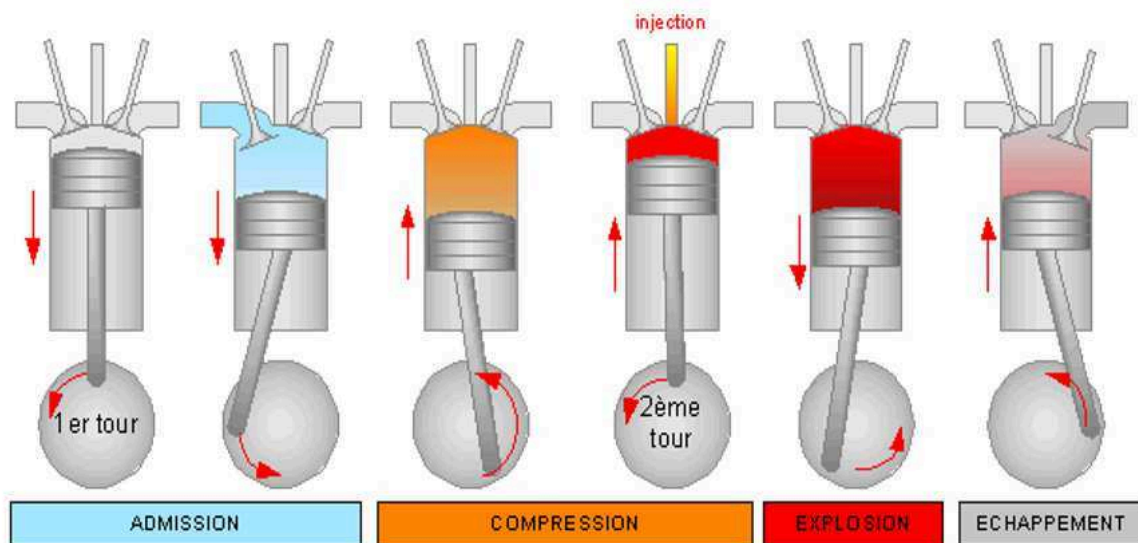


FIGURE 4.2 – Cycle de fonctionnement d'un moteur Diesel à 4 temps [source : TPE moteurs].

1. **Admission** : L'ouverture de soupape d'admission déclenche le début de cette phase. L'air frais de l'extérieur est aspiré dans le cylindre via un piston qui descend du Point Mort Haut (PMH) vers un Point Mort Bas (PMB). Comme condition, la soupape d'échappement devra être fermée et le soupape d'admission d'air devra être ouverte. En fin de la phase d'admission, le piston doit être au PMB.
2. **Compression** : Comme condition initiale de la phase de compression, les soupapes d'admission et d'échappement devraient être fermées et donc le cylindre est parfaitement étanche. Une compression d'air qui a été déjà aspiré lors de la phase d'admission, est effectué par le déplacement du piston vers le haut. Juste avant que le cylindre n'atteigne le niveau PMH, le carburant est injecté, ce qui entraîne une augmentation importante de la pression et de la température. À la fin de la phase de compression, le piston est au niveau MPH et le gasoil se trouve dans le cylindre.
3. **Détente** : Durant cette phase, les soupapes restent fermées. Une combustion par auto-inflammation du mélange air/ carburant a lieu dans le cylindre et pousse le piston vers le PMB. Comme caractéristique de cette phase, le volume occupé par les gaz est augmenté et la pression interne dans la chambre à combustion diminue.
4. **Échappement** : L'ouverture de soupape d'échappement déclenche le début de cette phase. Elle conduit à une dépression dans la chambre à combustion tandis que la soupape d'admission reste toujours fermée. Le piston remonte vers le PMH, ce qui entraîne une détente des gaz brûlés qui sont alors évacués vers l'extérieur à travers le collecteur d'échappement. La fin de la phase d'échappement est marquée par la position du piston au PMH. Le cycle est alors relancé depuis la première phase.

### Émissions polluantes et influence sur le contrôle moteur

La combustion idéale est définie par une combustion complète. À savoir que dans ce cas, tout l'oxygène et le carburant nécessaires pour la réaction chimique sont utilisés. Les rejets seraient alors seulement de la vapeur d'eau ( $H_2O$ ) et du dioxyde de carbone ( $CO_2$ ). Toutefois, la combustion n'est jamais parfaite dans la réalité. Et des composants sous forme gazeux ou solide sont rejetés dans l'atmosphère. Ces polluants apparaissent dans le cylindre à la fin de la phase de détente. Ils sont cités ci-dessus et réglementés par les autorités gouvernementales européennes :

- les hydrocarbures imbrûlés ( $HC$ )
- le monoxyde de carbone ( $CO$ )
- les oxydes d'azote ( $NO_x$ ) issus de l'azote qui est contenu dans l'air ambiant
- des particules solides ( $MP$ ) qui constituent les fumées noires des véhicules Diesel

L'ensemble de ces gaz polluants est évacué vers l'atmosphère via le collecteur d'échappement. Notons que le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) a été identifié comme une source de gaz à effet de serre qui contribue au réchauffement climatique de la planète et fait ainsi l'objet d'un engagement d'objectif de réduction de la part des constructeurs d'automobiles [Ben Hamouda, 2015].

Généralement, pendant les cycles de conduite normalisés et en utilisant des bancs à rouleaux, les émissions des moteurs des voitures sont mesurées. Ces émissions polluantes sont exprimées en  $g/km$ . Vu que le transport routier se positionne en tête de la liste des grands participants à la pollution de l'atmosphère, divers efforts sont mis en place pour réduire de manière significative la quantité d'émissions polluantes du moteur Diesel. Les solutions proposées par les constructeurs automobiles se distinguent en deux catégories :

#### Réduction de la pollution à la source :

La première solution propose de réduire les émissions en apportant des améliorations au niveau du moteur, plus précisément au niveau de la chambre de combustion. D'où l'appellation "réduction à la source". Des progrès technologiques importants concernant l'évolution moteur ont vu le jour : le common rail, la vanne de recirculation des gaz d'échappement (en anglais Exhaust Gas Recirculation ou EGR), les moteurs hybrides qui associent moteurs thermique et électrique [Dubey *et al.*, 2018], la mise en oeuvre des nouveaux modes de combustion (comme la combustion homogène) [Raja *et al.*, 2018] ou bien encore l'amélioration des carburants [Dorado *et al.*, 2003], [Shi *et al.*, 2006], [Lapuerta *et al.*, 2008], [Mofijur *et al.*, 2016], [Long *et al.*, 2017] et [EL-Seesy *et al.*, 2018]. En dépit de tous ces efforts, les émissions polluantes persistent et les normes anti-pollution sont de plus en plus sévères. Pour les respecter, le contrôle moteur est alors exploité d'une manière intensive [Johnson, 2008]. Nous citons par exemple, l'utilisation de la commande par modes glissants de [Murtaza *et al.*, 2017b], [Murtaza *et al.*, 2017a] et [Haras *et al.*, 2017], la commande par logique floue [You *et al.*, 2017], ou la mise en place de la commande optimale appliquée au turbocompresseur [Stefanopoulou *et al.*, 2000] et [Omran *et al.*, 2009]. D'autres travaux ont visé à atténuer l'émission des polluants par la commande du turbocompresseur à géométrie variable (en anglais Variable Geometry Turbocharger ou VGT)[Murtaza *et al.*, 2017b], [Murtaza *et al.*, 2017a] et [Min *et al.*, 2018].

### Post-traitement des émissions :

La deuxième solution consiste à transformer les gaz d'échappement en des gaz moins polluants. Pour cela, plusieurs solutions sont mises en oeuvre : l'utilisation d'un pot catalytique qui convertit les particules  $CO$ ,  $HC$  et  $NO_x$  [Suthiprasert *et al.*, 2017], l'utilisation d'un filtre à particules (qui stocke ces dernières puis les brûle après dans des conditions parfaitement maîtrisées [Vardi, 2018], ou l'utilisation de pièges à oxydes d'azote et de technologies de régénération continue (en anglais Continuously Regenerating Technology ou CRT) ...

### Le système d'admission d'air

Le moteur Diesel est une machine thermique volumétrique, c'est-à-dire que la puissance qu'il délivre dépend directement de la masse de combustible susceptible d'être brûlé à chaque cycle. Cependant, cette masse est elle-même directement liée à la quantité d'air admise dans les cylindres. Le composant chargé d'effectuer ces transmissions s'appelle "le circuit d'air". En effet, afin que la combustion soit la plus complète possible, l'air frais provenant de l'extérieur doit être aspiré dans le cylindre via un circuit d'admission d'air. Les organes présents sur le trajet d'air sont : le compresseur, la turbine à géométrie variable et le papillon motorisé.

1. **Le compresseur ou turbocompresseur** : Lors de la phase d'admission, l'aspiration permet de faire entrer l'air dans le cylindre du moteur. Le déplacement du piston génère alors une dépression qui aspire l'air du collecteur d'admission. À la fin de la phase d'admission et à faible régime, les pressions dans le collecteur d'admission et dans le cylindre sont à peu près les mêmes. Cette propriété est valable si aucun turbocompresseur n'est installé dans le circuit d'air. Par conséquent, la quantité d'air aspiré est alors optimale pour une combustion complète. Or, à haut régime, cette masse d'air admise peut être diminuer jusqu'à 60% de la masse d'air optimale [Arnold, 2007]. Le débit d'air aspiré est alors insuffisant pour combler la dépression causée par l'aspiration du piston. Cette dégradation du niveau d'air dans le cylindre nuit à la combustion et affaiblit le rendement du moteur. Une solution possible pour y remédier est l'injection d'une masse d'air à une pression supérieure à la pression atmosphérique. D'où l'utilisation du turbocompresseur. Le rôle principal d'un compresseur est de convertir l'énergie cinétique acquise en pression d'air. Grâce à la direction axiale de pénétration d'air, entraînant à son tour la roue du compresseur en vitesse, l'air comprimé est dirigé alors vers le collecteur d'admission. L'air ambiant est aspiré, comprimé puis envoyé par le compresseur dans les cylindres. Cet air est refroidi en utilisant un échangeur air/air afin d'augmenter la densité de l'air. Ce mécanisme fait diminuer l'énergie additionnelle à fournir pour atteindre la pression requise et déclencher l'auto-inflammation. Par conséquent, une diminution des pertes de pompage et une augmentation de la quantité d'oxygène disponible pour la combustion, sont assurées. Comme l'objectif est d'assurer une combustion la plus complète possible, plus la quantité d'oxygène disponible est élevée, plus l'injection de carburant est possible, et donc, plus la puissance du moteur est grande. Ce mécanisme permet alors de remédier au problème d'insuffisance d'air aspiré tout en assurant une augmentation de la puissance du moteur en conservant son régime et sa cylindrée. Dès lors, un effet de

suralimentation est apparu résultant du dépassement de pression d'air introduite dans le cylindre comparé à la pression atmosphérique.

2. **Le papillon motorisé** : Le rôle principal du papillon (ou appelé aussi TVA pour throttle en anglais) est de changer la section d'admission d'air afin d'arrêter le moteur par étouffement et par conséquent, limiter la quantité d'air entrant dans les cylindres. En effet, un excès d'air dans le cylindre peut être engendré par un surdimensionnement du papillon et conduire par la suite à des nuisances et à un bruit moteur inutile appelé aussi "bruit de bouche". Cet organe qui est présent dans le circuit d'alimentation en air frais, n'est pas utilisé systématiquement dans le contrôle moteur. Certains constructeurs ont choisi de ne plus l'installer [Arnold, 2007].
3. **Mécanisme d'échappement** : Ce dispositif permet de sortir l'air du cylindre à la fin de la phase de combustion et de contrôler la pression de suralimentation et les éventuelles contre-pressions d'échappement. Ce mécanisme se réalise à travers un système de recyclage des gaz d'échappement (EGR) et la turbine à géométrie variable (VGT).

#### A) Système de recyclage des gaz d'échappement (EGR)

Une combustion imparfaite causée par exemple par un manque de chaleur, conduit à la formation de particules. Dans le cas contraire, un excès de chaleur/température dans la chambre à combustible favorise la formation d'oxydes d'azote  $NO_x$  [Layerle *et al.*, 2008] et [Langlois, 2008]. Dans le but de maintenir une température haute lors de la phase de la combustion dans le cylindre, deux solutions se présentent : Soit moins de carburant est injecté dans le cylindre. Cette solution empêche cependant le moteur de répondre aux sollicitations du conducteur. La première solution n'est pas donc optimale. Soit plus de gaz inerte est rajouté, comme deuxième solution, et cela en utilisant la vanne EGR. Le système

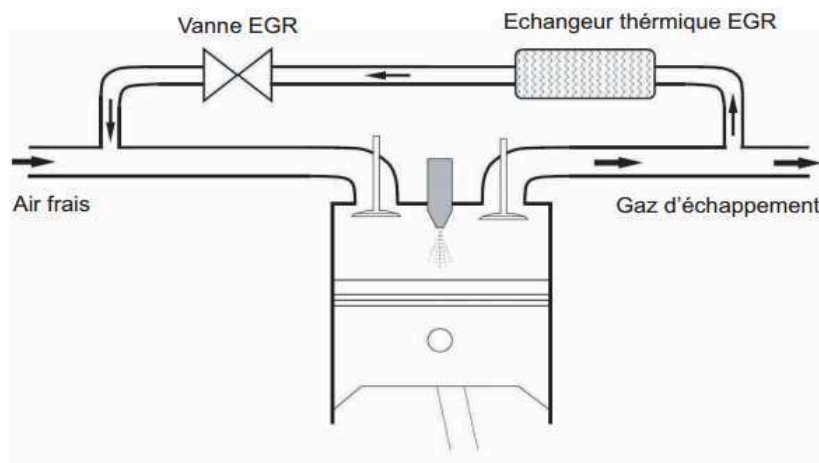


FIGURE 4.3 – Représentation d'EGR à haute pression refroidie [Grondin, 2004].

EGR a été inventé dans les années 1970. Son principe de fonctionnement est d'introduire une fraction des gaz brûlés déjà présents dans le collecteur d'échappement au sein du collecteur d'admission à travers la vanne EGR. Un échangeur thermique est utilisé pour refroidir les gaz d'échappement comme décrit dans la Figure 4.3. Le mélange (air ambiant + gaz

brûlés) permet de diluer l'oxygène disponible dans le collecteur d'admission par le dioxyde de carbone et la vapeur d'eau. L'air frais devient alors plus dilué. Cette dilution conduit à avoir une vitesse de flamme réduite dans la chambre de combustion accompagnée d'une température plus basse dans le cylindre. Par conséquent, les émissions de  $NO_x$  sont réduites. Toutefois, une augmentation sensible de la formation des particules solides est engendrée. Par conséquent, l'utilisation de la vanne EGR doit être bien maîtrisée. Une exploitation abusive de cette dernière, c'est-à-dire, une insertion d'une grande quantité de gaz brûlés peut engendrer une détérioration voire même empêcher le phénomène de la combustion.

#### B) Turbocompresseur à géométrie variable (VGT)

Le turbocompresseur à géométrie variable a été inventé par H. Garrett. Cet organe est placé sur la ligne des émissions de gaz d'échappement qui sortent du moteur à vitesse importante. Sa liaison avec le compresseur est assurée via un arbre moteur. Le VGT est constitué d'ailettes à orientations variables comme montré dans la Figure 4.4. Ces ailettes ont pour rôle de changer la section de passage des gaz d'échappement. À faible régime, elles sont fermées. La section de passage d'air est alors réduite et par conséquent, la vitesse de la turbine est augmentée ce qui conduit à une pression de suralimentation élevée. L'ouverture des ailettes permet alors de remédier à ce problème. Ce mécanisme permet de diviser à peu près par deux le temps nécessaire pour atteindre la pression de suralimentation maximale. L'ouverture du VGT est définie comme un très bon moyen d'économie de carburant quand

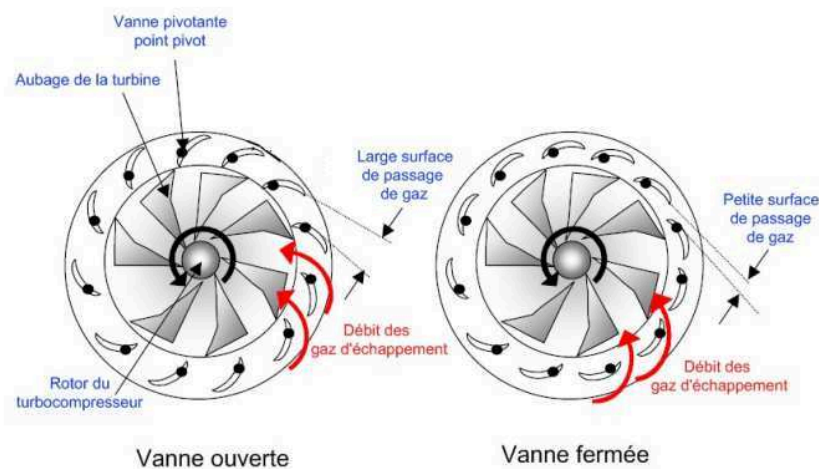


FIGURE 4.4 – Position des ailettes d'un VGT [Nagoudi-Layerle, 2011].

le débit de ce dernier est élevé. Ce phénomène réduit des pertes de pompage de carburant associées à une haute pression d'échappement. L'ensemble EGR/VGT est commandé par un calculateur. En effet, lorsque la vanne EGR est presque fermée, ouvrir le VGT conduit à une augmentation du débit d'air. Cependant, lorsque la vanne EGR est complètement ouverte, ouvrir le VGT provoque un abaissement du débit d'air.

Dans la section qui suit, une modélisation orientée commande du comportement dynamique du circuit d'air du moteur Diesel sera introduite. Le modèle considéré est jugé moins réaliste pour le système



DEAP mais suffisamment représentative pour la partie commande.

## 4.3 Modélisation du système DEAP

### 4.3.1 Etat de l'art sur la modélisation du moteur Diesel

La modélisation du moteur Diesel est une thématique de recherche qui ne cesse d'évoluer. Ce système complexe dont la dynamique met en jeu des phénomènes mécaniques, thermiques, chimiques, thermodynamiques et de mécanique des fluides nécessite une modélisation assez fine et représentative pour pouvoir être commandé. Dans la partie qui suit, nous présentons brièvement les différentes approches de la littérature portant sur la modélisation du moteur Diesel :

- **Les modèles quasi-statiques** : Cette approche considère la réponse transitoire du moteur comme une suite d'état stationnaires rapprochés. Par conséquent, l'erreur est importante en régime transitoire. Cette approche est plutôt adaptée aux moteurs à dynamique lente [Benson et Baruah, 1973].
- **Les modèles de remplissage et de vidange** : Cette modélisation a été proposée par [Borman, 1964] et étendue après dans les travaux de Waston [Watson, 1984]. Elle consiste à considérer le moteur comme un ensemble de volumes dans lesquels s'effectuent des transferts instantanés d'énergie et de masse. Le temps de calcul de cette approche de modélisation est remarquablement élevé à cause de son pas de temps qui devrait être très bas afin d'obtenir des réponses temporelles.
- **Les modèles Bond-Graph** : Dans cette approche, le moteur est considéré comme un ensemble de systèmes liés par des échanges d'énergie [Cichy et Konczakowski, 2001]. Les avantages majeurs de cette approche de modélisation sont sa grande précision et qu'elle peut être mise en place sans la nécessité d'une quantité d'information importante. Par contre, la complexité des équations les régissant les rend inadéquates aux travaux de l'automaticien.
- **Les modèles neuronaux** : Dans cette approche de modélisation, les réseaux de neurones sont employés pour réaliser des interpolations entre l'ensemble des points de fonctionnement disponible grâce à l'apprentissage [Shi *et al.*, 2005]. Comme avantage, cette modélisation ne nécessite aucune équation physique et elle est très efficace lorsque la quantité d'information fournie par apprentissage est importante.
- **Les modèles acoustiques** : Cette approche se distingue des autres approches de modélisation du moteur Diesel. En effet, elle s'intéresse à la modélisation des variations spatiales des propriétés des gaz aussi bien que temporelles dans les collecteurs d'admission et d'échappement. Cependant, un temps de calcul relativement long ne permet pas son utilisation pour des systèmes à forte inertie [Rousseau, 1974].
- **Les modèles semi-mixtes** : Cette approche a été étudiée par [Younes, 1993]. Elle est une combinaison entre l'approche quasi-statique et celle basée sur le concept vidange-remplissage. Le modèle du moteur Diesel turbocompressé est présenté par cette approche en deux équations différentielles sachant que les variables d'états dont le régime moteur et la vitesse de rotation du turbocompresseur.

L'ensemble de ces approches n'est pas satisfaisant pour la stratégie de contrôle. En effet, soit le temps de calcul nécessaire est trop grand, soit la précision lors du régime transitoire est médiocre, ou soit encore la quantité des données indispensable à leur construction est importante. Une solution introduite par [Jankovic et Kolmanovsky, 2000b] est le modèle à valeurs moyennes faisant l'objet de la section suivante.

### 4.3.2 Modèle complet du Système DEAP

Dans cette partie, le modèle de Jankovic [Jankovic et Kolmanovsky, 2000b] pour la modélisation du moteur Diesel est présenté. C'est un modèle de connaissance adapté à la synthèse de lois de commande en temps réel du moteur Diesel. Ce modèle à valeurs moyennes [Abidi *et al.*, 2012] dit "orienté commande" incarne une représentation à la fois simplifiée et moins réaliste du comportement du moteur. Toutefois, il est jugé suffisamment représentatif pour les besoins de commande. Dans sa version initiale, le modèle de Jankovic compte sept états : Il considère la masse, la pression, la fraction des gaz brûlés dans les collecteurs d'admission et d'échappement. Le septième paramètre décrit la dynamique du turbocompresseur.

Dans la modélisation à valeurs moyennes, l'air et les gaz dans les collecteurs d'admission et d'échappement sont considérés comme des gaz parfaits. Par conséquent, l'équation des gaz parfaits est utilisée afin de décrire leurs comportements sous forme d'équations différentielles. Comme hypothèse, les températures et les pressions sont supposées uniformes au sein des deux collecteurs. Les lois fondamentales de conservation de masse et d'énergie sont alors utilisées pour écrire les équations correspondant aux deux collecteurs d'admission et d'échappement. Ces équations sont écrites en fonction des différents débits en entrée et en sortie des cylindres [Abidi, 2014] et [Ben Hamouda, 2015].

#### Modélisation de l'admission

La dynamique propre à la pression d'admission est la suivante :

$$\dot{p}_1 = k_1 \dot{m}_1 + \frac{\dot{T}_1}{T_1} p_1 \quad (4.1)$$

avec

$$k_1 = \frac{R_{parfait} T_1}{V_1} \quad (4.2)$$

où  $p_1$ ,  $m_1$ ,  $V_1$  et  $T_1$  sont respectivement la pression, la masse, le volume et la température de l'air dans le collecteur d'admission. La constante des gaz parfaits est représentée par  $R_{parfait}$  et égale à 287.

D'après la loi de conservation des masses, la variation de la masse de gaz dans le collecteur d'admission est :

$$\dot{m}_1 = W_c + W_{egr} - W_e \quad (4.3)$$

sachant que  $W_c$ ,  $W_{egr}$  et  $W_e$  sont respectivement le débit d'air à travers le compresseur, le débit de gaz à travers la vanne EGR et le débit d'air aspiré par les cylindres. La détermination de ses trois débits se fait à partir des équations suivantes :

1. Détermination de  $W_c$  : Le débit d'air à travers le compresseur est donné par :

$$W_c = k_c \frac{P_c}{\left(\frac{p_c}{p_a}\right)^\alpha - 1} \quad (4.4)$$

avec

$$\begin{cases} k_c & = \frac{\eta_c}{c_p T_a} \\ \alpha & = \frac{c_p - c_v}{c_p} \\ c_v & = c_p - R_{parfait} \end{cases}$$

et  $\eta_c$ ,  $P_c$ ,  $T_a$  et  $p_a$  sont respectivement le rendement isentropique du compresseur, la puissance du compresseur, la température et la pression ambiante.  $c_p$  et  $c_v$  sont les capacités thermiques massiques à pression constante et volume constant avec :

$$c_p = 1067.4 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (4.5)$$

2. Détermination de  $W_{egr}$  : Le débit de gaz à travers la vanne EGR est obtenu à partir des équations de Barré St Venant comme suit [Heywood *et al.*, 1988] :

$$W_{egr} = C_d \frac{A_{egr}(x_{egr})}{\sqrt{RT_2}} \sqrt{\frac{2\gamma_{ct}}{\gamma_{ct} - 1}} \left[ P_r^{\frac{2}{\gamma_{ct}}} - P_r^{\frac{\gamma_{ct} + 1}{\gamma_{ct}}} \right] p_2 \quad (4.6)$$

où  $P_r$  est le rapport entre la pression d'échappement  $p_2$  et la pression d'admission  $p_1$  défini comme suit :

$$P_r = \frac{p_2}{p_1} \quad (4.7)$$

Le coefficient de perte de charge est représenté par  $C_d$  et le rapport des capacités thermiques  $\gamma_{ct}$  sont :

$$C_d = 0.72$$

$$\gamma_{ct} = 1.4$$

$A_{egr}(x_{egr})$  est la surface effective permettant le passage de l'air à travers la vanne EGR et  $T_2$  est la température dans le collecteur d'échappement.

3. Détermination de  $W_e$  : Le débit d'air aspiré par les cylindres est exprimé par :

$$W_e = k_e p_1 \quad (4.8)$$

où :

$$k_e = \frac{\eta_v N_m V_d}{120 T_1 R_{parfait}} \quad (4.9)$$

sachant que  $\eta_v$ ,  $N_m$  et  $V_d$  sont respectivement le rendement volumétrique, la cylindrée totale du moteur et la vitesse du moteur Diesel.

La fraction de gaz brûlés dans le collecteur d'admission représente le troisième état du modèle de Jankovic. Sa dynamique est exprimée par :

$$\dot{L}_1 = \frac{W_{egr}(L_2 - L_1) - W_c L_1}{m_1} \quad (4.10)$$

où  $L_2$  représente la fraction de gaz brûlés dans le collecteur d'échappement.

### Modélisation de l'échappement

À l'identique de la modélisation dynamique du collecteur d'admission, la dynamique propre à la pression d'échappement est la suivante :

$$\dot{p}_2 = K_2 \dot{m}_2 + \frac{\dot{T}_2}{T_2} p_2 \quad (4.11)$$

avec

$$K_2 = \frac{R_{parfait} T_2}{V_2} \quad (4.12)$$

où  $V_2$  et  $T_2$  sont respectivement le volume et la température de l'air dans le collecteur d'échappement. D'après la loi de conservation des masses, la variation de la masse de gaz dans le collecteur d'échappement est :

$$\dot{m}_2 = W_e - W_{egr} - W_{vgt} + W_f \quad (4.13)$$

sachant que  $W_{vgt}$  et  $W_f$  sont respectivement le débit de gaz à travers la turbine VGT et le débit de carburant. La détermination de ces deux débits se fait à partir des équations suivantes :

1. Détermination de  $W_{vgt}$  : Le débit des gaz à travers la turbine du VGT est obtenu à partir de :

$$W_{vgt} = \left[ c_{vgt} \left( \frac{p_2}{p_a} - 1 \right) + d_{vgt} \right] \frac{p_2}{p_{ref}} \sqrt{\frac{p_{ref}}{T_2}} \sqrt{\frac{2p_a}{p_2} \left( 1 - \frac{p_a}{p_2} \right)} A_{vgt}(x_{vgt}) \quad (4.14)$$

où  $A_{vgt}(x_{vgt})$  est la surface effective de la position du VGT.  $P_{ref}$  et  $T_{ref}$  sont respectivement la pression ambiante et la température ambiante. Les valeurs numériques des constantes  $c_{vgt}$  et  $d_{vgt}$  sont :

$$c_{vgt} = 0.4$$

$$d_{vgt} = 0.6$$

2. Détermination de  $W_f$  : Le débit de carburant est exprimé par :

$$W_f = \frac{10^{-6}}{120} N_m \eta_{cy} v_\delta \quad (4.15)$$

sachant que  $\eta_{cy}$  et  $v_\delta$  sont respectivement le nombre de cylindres du moteur et la masse de carburant injecté en milligramme par cycle par cylindre.

La fraction de gaz brûlés dans le collecteur d'échappement représente le sixième état du modèle de Jankovic. Sa dynamique est exprimée par :

$$\dot{L}_2 = \frac{W_e \left( \frac{15.6(1-L_1) + (AFR+1)L_1}{AFR-1} \right) - W_e L_1}{m_1} \quad (4.16)$$

où  $AFR$  représente le rapport air/carburant.

### Modélisation du turbocompresseur

La dynamique de la vitesse de rotation du VGT désignée par  $\dot{w}_{tc}$  est décrite par la deuxième loi de Newton comme suit :

$$\dot{w}_{tc} = \frac{1}{J_{tc} w_{tc}} (\eta_m P_t - P_c) \quad (4.17)$$

où  $J_{tc}$  représente le moment d'inertie du turbocompresseur et  $\eta_m$  le rendement mécanique du turbocompresseur. Admettons que  $\eta_t$  soit le rendement isentropique de la turbine, dans l'équation (4.17), la puissance  $P_t$  livrée par la turbine est donnée par :

$$P_t = \eta_t c_p T_2 \left( 1 - \left( \frac{p_a}{p_2} \right)^\alpha \right) W_{vgt} \quad (4.18)$$

La puissance  $P_c$  consommée par le compresseur est décrite par la relation suivante :

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (\eta_m P_t - P_c) \quad (4.19)$$

où  $\tau$  est la constante de temps du turbocompresseur. Comme nous avons précisé auparavant, le modèle global du moteur Diesel est décrit par le système de sept équations différentielles suivant :

1.

$$\dot{m}_1 = W_c + W_{egr} - W_e \quad (4.20)$$

2.

$$\dot{m}_2 = W_e - W_{egr} - W_{vgt} + W_f \quad (4.21)$$

3.

$$\dot{p}_1 = k_1 \dot{m}_1 + \frac{\dot{T}_1}{T_1} p_1 \quad (4.22)$$

4.

$$\dot{p}_2 = K_2 \dot{m}_2 + \frac{\dot{T}_2}{T_2} p_2 \quad (4.23)$$

5.

$$\dot{L}_1 = \frac{W_{egr}(L_2 - L_1) - W_c L_1}{m_1} \quad (4.24)$$

6.

$$\dot{L}_2 = \frac{W_e \left( \frac{15.6(1-L_1) + (AFR+1)L_1}{AFR-1} \right) - W_e L_1}{m_1} \quad (4.25)$$

7.

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (\eta_m P_t - P_c) \quad (4.26)$$

Le Tableau 4.1 reprend la nomenclature détaillée des différentes variables du système DEAP.

### 4.3.3 Modèle réduit du Système DEAP

Le modèle global, présenté dans la section précédente, traduit significativement le comportement non linéaire et complexe du moteur Diesel. Il dépend, en effet, de l'évolution de plusieurs paramètres variant dans le temps. Ce modèle réaliste n'est pas adéquat pour le contrôle [Abidi *et al.*, 2012]. Par conséquence, un compromis entre complexité et performance peut être imposé.

Dans l'objectif de trouver une forme réduite du moteur Diesel, les auteurs [Jankovic et Kolmanovsky, 2000b] proposent d'admettre certaines hypothèses simplificatrices :

- Les fractions  $L_1$  et  $L_2$  sont difficiles à mesurer et donc, elles ne sont pas considérées dans le modèle.

- Les fractions de masse  $m_1$  et  $m_2$  sont elles aussi inaccessibles à la mesure. Par conséquent, elles ne sont pas aussi considérées dans le modèle.
- Les dynamiques du turbocompresseur sont modélisées par une fonction de transfert du premier ordre avec une constante de temps égale à  $\tau$ .
- La dynamique lente des capteurs mesurant les températures dans les deux collecteurs d'admission et d'échappement rend négligeables les variations temporelles de ces mesures.
- Le débit du carburant est considéré comme une perturbation venant de l'extérieur et par conséquent négligeable.

En admettant ces hypothèses, une substitution d'un modèle réduit à partir du modèle complet est possible. Cette réduction se fait en ignorant alors les variables suivantes du système DEAP  $\{m_1, m_2, L_1, L_2\}$ . Le modèle réduit ou dit aussi simplifié est alors d'ordre trois au lieu de sept. Il décrit le comportement des variables les plus significatives qui sont :

1. la pression d'admission  $p_1$
2. la pression d'échappement  $p_2$
3. la puissance du turbocompresseur  $P_c$

Cette réduction du modèle conduit à un modèle mathématique beaucoup plus simple à manipuler que celui dans le cas complet. En dépit de la perte de représentativité, le modèle réduit est jugé suffisant pour les besoins de commande. Par conséquent, il sera considéré dans la suite de ce manuscrit. Ce dernier est un modèle d'ordre trois donné par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 &= k_1 (W_c + W_{egr} - W_e) + \frac{\dot{T}_1}{T_1} p_1 \\ \dot{p}_2 &= k_2 (W_e - W_{egr} - W_{vgt} + W_f) + \frac{\dot{T}_2}{T_2} p_2 \\ \dot{P}_c &= \frac{1}{\tau} (\eta_m P_t - P_c) \end{cases} \quad (4.27)$$

où le débit du compresseur est lié à sa puissance en respectant la relation suivante :

$$W_c = P_c \frac{k_c}{p_1^\alpha - 1} \quad (4.28)$$

où  $k_c = \frac{\eta_c}{c_p T_a}$  et la puissance de la turbine est :

$$P_t = k_t (1 - p_2^{-\alpha}) W_{vgt} \quad (4.29)$$

avec  $k_t = \eta_t c_p T_2$ .

#### 4.3.4 Modèle T-S du Système DEAP

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, l'approche floue est largement utilisée dans la littérature pour la modélisation et la commande des systèmes non linéaires complexes tels que le moteur Diesel. Dans cette partie, la modélisation multi-modèle de type T-S est utilisée pour reproduire, d'une manière suffisante, le fonctionnement du moteur Diesel. La modélisation T-S est alors choisie pour la synthèse d'une loi de commande prédictive adaptative comme montré dans la prochaine section.

Reprenons le modèle réduit donné dans (4.27). Le DEAP est un système MIMO dont le vecteur d'état est composé de trois variables d'état comme suit :

$$x = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ P_c \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Le système considéré possède deux entrées : Le débit de gaz à travers la vanne EGR  $u_1 = W_{egr}$ , le débit de gaz à travers la turbine du VGT  $u_2 = W_{vgt}$ . En effet, par hypothèse, la vitesse du moteur est considérée constante. Par conséquent, le débit massique d'alimentation en carburant est négligé comme entrée mais peut être utilisé comme une perturbation extérieure [Ben Hamouda, 2015]. Donc, le débit  $W_f$  n'est pas pris en compte dans la synthèse de la loi de commande. Ainsi, le modèle étudié se réduit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 &= k_1 (W_c + u_1 - W_e) \\ \dot{p}_2 &= k_2 (W_e - u_1 - u_2 + W_f) \\ \dot{P}_c &= \frac{1}{\tau} (\eta_m P_t - P_c) \end{cases} \quad (4.31)$$

où le débit de gaz à travers la vanne EGR  $W_{egr}$  est la première entrée de commande  $u_1$  et le débit de gaz à travers la turbine du VGT  $W_{vgt}$  est la deuxième entrée de commande  $u_2$ . Les variables d'états  $p_1$ ,  $p_2$  et  $P_c$  appartiennent à l'ensemble invariant  $\Omega$  défini comme suit :

$$\Omega = \{(p_1, p_2, P_c) : \begin{cases} 1 < p_1 \leq p_1^{max} \\ 1 < p_2 \leq p_2^{max} \\ 0 < P_c \leq P_c^{max} \end{cases}\}$$

Sachant que les variables  $p_1^{max}$ ,  $p_2^{max}$  et  $P_c^{max}$  sont respectivement les valeurs maximales de la pression de gaz dans le collecteur d'admission, la pression de gaz dans le collecteur d'échappement et la puissance maximale du compresseur. À ce stade, remplaçons  $W_c = P_c \frac{k_c}{p_1^{\alpha-1}}$ ,  $W_e = k_e p_1$  et  $P_t = k_t (1 - p_2^{-\alpha}) W_{vgt}$  par leurs expressions dans le système d'équation (4.31) :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \dot{p}_1 = k_1 \left( \frac{k_c}{p_1^{\alpha-1}} P_c + u_1 - k_e p_1 \right) \\ \dot{p}_2 = k_2 (k_e p_1 - u_1 - u_2) \\ \dot{P}_c = \frac{1}{\tau} (\eta_m k_t (1 - p_2^{-\alpha}) u_2 - P_c) \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \dot{p}_1 = -k_1 k_e p_1 + k_1 \frac{k_c}{p_1^{\alpha-1}} P_c + k_1 u_1 \\ \dot{p}_2 = k_2 k_e p_1 - k_2 u_1 - k_2 u_2 \\ \dot{P}_c = \frac{-1}{\tau} P_c + \frac{\eta_m k_t (1 - p_2^{-\alpha})}{\tau} u_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.32)$$

En admettant que :

$$K_0 = \frac{\eta_m}{\tau} k_t \quad (4.33)$$

Le système d'équations du DEAP considéré dans ce manuscrit devient :

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -k_1 k_e p_1(t) + \frac{k_c}{p_1(t)^{\alpha-1}} P_c(t) + k_1 u_1(t) \\ \dot{p}_2(t) = k_2 k_e p_1(t) - k_2 u_1(t) - k_2 u_2(t) \\ \dot{P}_c(t) = \frac{-1}{\tau} P_c(t) + K_0 (1 - p_2(t)^{-\alpha}) u_2(t) \end{cases} \quad (4.34)$$

Les fonctions non linéaires  $\theta_i(p_i)$  avec  $i \in [1, 2]$  ci-dessous présentent les variables de prémisses choisies :

$$\theta_1(p_1(t)) = \frac{1}{p_1(t)^\alpha - 1} \quad (4.35)$$

$$\theta_2(p_2(t)) = 1 - p_2(t)^{-\alpha} \quad (4.36)$$

Par conséquent, le système (4.32) peut être écrit en fonction des variables de prémisses et du vecteur d'état comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -k_1 k_e x_1(t) + k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) x_3(t) + k_1 u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = k_2 k_e x_1(t) - k_2 u_1(t) - k_2 u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = \frac{-1}{\tau} x_3(t) + K_0 \theta_2(x_2(t)) u_2(t) \end{cases} \quad (4.37)$$

Ainsi, le système (4.34) peut être écrit sous la forme affine suivante [Dabo, 2010] :

$$\dot{x} = f(x(t)) + g_1(x(t))u_1(t) + g_2(x(t))u_2(t) \quad (4.38)$$

avec :

$$f(x(t)) = \begin{bmatrix} -k_1 k_e x_1(t) + k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) x_3(t) \\ k_2 k_e x_1(t) \\ \frac{-1}{\tau} x_3(t) \end{bmatrix}$$

$$g_1(x(t)) = \begin{bmatrix} k_1 \\ -k_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad g_2(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_2 \\ K_0 \theta_2(x_2(t)) \end{bmatrix}$$

Le système DEAP considéré possède deux sorties : la première sortie est le débit d'air à travers le compresseur  $W_c$  et la deuxième sortie est la pression dans le collecteur d'échappement  $p_2$ . Pour rappel, l'objectif de cette partie est de concevoir un modèle le plus représentatif possible afin de commander le système DEAP. L'approche de modélisation T-S est alors choisie. Cette technique de modélisation est largement répondeue dans la littérature [Djemili, 2012], [Djemili *et al.*, 2012a], [Djemili *et al.*, 2012b], [Djemili *et al.*, 2012c], [Abidi *et al.*, 2012], [Ben Hamouda *et al.*, 2013], [Abidi, 2014], [Ben Hamouda *et al.*, 2014], [Ben Hamouda, 2015] et [Ben Hamouda *et al.*, 2016].

1. Appliquons à ce niveau la première étape de l'approche par secteurs non linéaires. Cette dernière consiste à écrire le modèle (4.39) sous la forme quasi LPV comme suit [Ben Hamouda, 2015] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta_1(x_1(t)))x(t) + B(\theta_2(x_2(t)))u(t) \\ y(t) = C(\theta_1(x_1(t)))x(t) \end{cases}$$

Or, le système (4.34) peut être écrit sous la forme matricielle ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2(x_2(t)) \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1(x_1(t)) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases} \quad (4.39)$$



Par identification :

$$A(\theta_1(x_1(t))) = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix}; B(\theta_2(x_2(t))) = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2(x_2(t)) \end{bmatrix};$$

$$C(\theta_1(x_1(t))) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1(x_1(t)) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. La deuxième étape consiste à appliquer la transformation polytropique convexe déjà présentée dans le troisième chapitre aux variables de prémisses  $\theta_1(x_1(t))$  et  $\theta_2(x_2(t))$ . Une partition en deux zones peut être, par la suite, réalisée :

$$\theta_1(x(k)) = F_0^1(\theta_1(x))\theta_1^{min} + F_1^1(\theta_1(x))\theta_1^{max} \quad (4.40)$$

$$\theta_2(x(k)) = F_0^2(\theta_2(x))\theta_2^{min} + F_1^2(\theta_2(x))\theta_2^{max} \quad (4.41)$$

où :

$$\begin{cases} F_0^1 = \frac{\theta_1^{max} - \theta_1(x(t))}{\theta_1^{max} - \theta_1^{min}} \\ F_1^1 = \frac{\theta_1(x(t)) - \theta_1^{min}}{\theta_1^{max} - \theta_1^{min}} \\ F_0^2 = \frac{\theta_2^{max} - \theta_2(x(t))}{\theta_2^{max} - \theta_2^{min}} \\ F_1^2 = \frac{\theta_2(x(t)) - \theta_2^{min}}{\theta_2^{max} - \theta_2^{min}} \end{cases} \quad (4.42)$$

avec :

$$\theta_p^{max} = \max\{\theta_p(x(t))\} \quad \text{et} \quad \theta_p^{min} = \min\{\theta_p(x(t))\}, \quad \forall p = 1, 2 \quad (4.43)$$

3. La troisième étape consiste à vérifier à partir des matrices  $A(\theta_1(x_1(t)))$ ,  $B(\theta_2(x_2(t)))$  et  $C(\theta_1(x_1(t)))$  la propriété du sommet du polytope. Le détail des calculs de cette vérification a été proposé dans [Ben Hamouda, 2015]. Finalement, les matrices constantes du modèle T-S proposé sont données par :

(a) **Modèle 1 :**

$$A_1 = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1^{max} \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2^{max} \end{bmatrix}; C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1^{max} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(b) **Modèle 2 :**

$$A_2 = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1^{max} \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix};$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2^{min} \end{bmatrix}; C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1^{max} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(c) **Modèle 3 :**

$$A_3 = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1^{min} \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix};$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2^{max} \end{bmatrix}; C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1^{min} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(d) **Modèle 4 :**

$$A_4 = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1^{min} \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix};$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2^{min} \end{bmatrix}; C_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1^{min} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dans l'objectif de valider le modèle T-S développé, des signaux périodiques aléatoires sont utilisés comme des entrées, pour le système non linéaire et le modèle T-S du système DEAP. Nous avons pris les conditions initiales pour le vecteur d'état pour le modèle non linéaire et le modèle T-S comme suit [Ben Hamouda, 2015] :

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1.3229 \\ 1.3596 \\ 5.6095 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

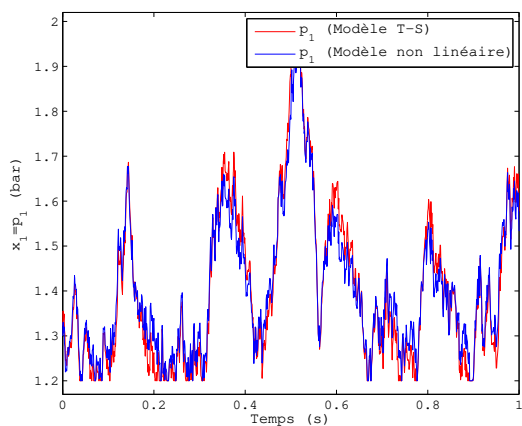
Dans cette partie, nous avons considéré que le vecteur d'état est soumis à des contraintes d'inégalité linéaires :

$$1.2 \text{ bar} < x_1(t) < 2 \text{ bar}$$

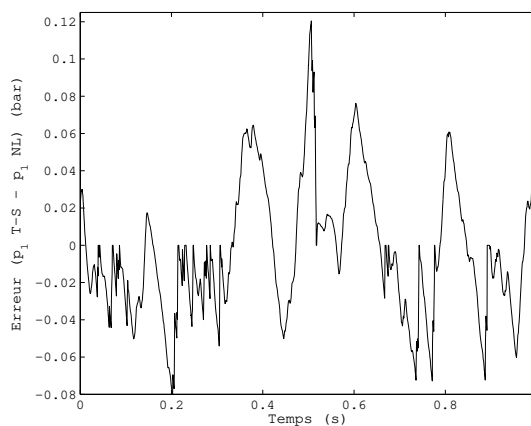
$$1.3 \text{ bar} < x_2(t) < 4 \text{ bar}$$

$$4.0 \text{ Watt} < x_3(t) < 6.0 \text{ Watt}$$

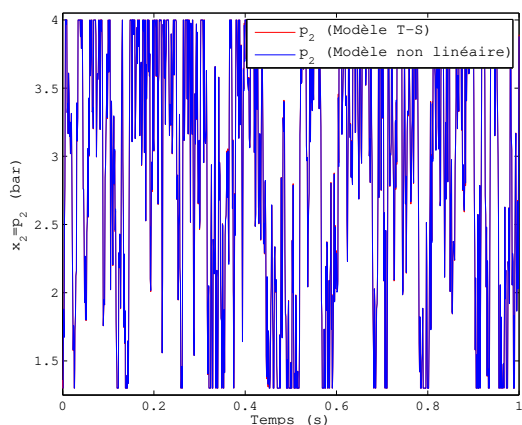
La Figure 4.5 montre la concordance à la fois entre les réponses des pressions  $p_1$  dans le collecteur d'admission et  $p_2$  dans celui d'échappement et les signaux de la puissance du compresseur  $P_c$  obtenues avec le modèle T-S développé d'une part et avec le système non linéaire d'autre part. La Figure 4.5 montre aussi l'erreur de poursuite de  $p_1$ ,  $p_2$  et  $P_c$ . La dynamique d'évolution des fonctions d'activation propre au modèle T-S est présentée dans la Figure 4.6. Comme entrée, nous avons considéré le vecteur d'état comme un bruit blanc gaussien borné. Sur la base de ces résultats, les performances de modèle T-S développé sont satisfaisantes.



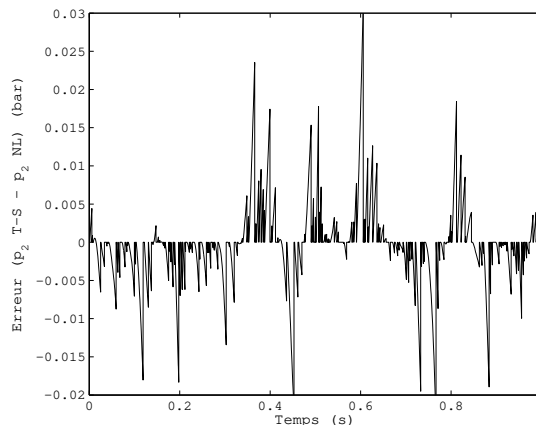
(a) Réponses du système non linéaire et du modèle T-S :  
Pression dans le collecteur d'admission  $p_1$ .



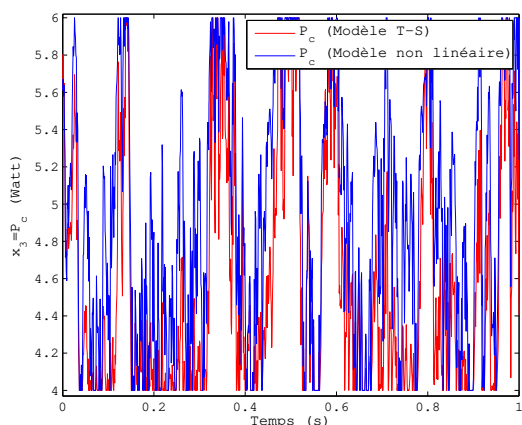
(b) Erreur  $p_1(T - S) - p_1(NL)$ .



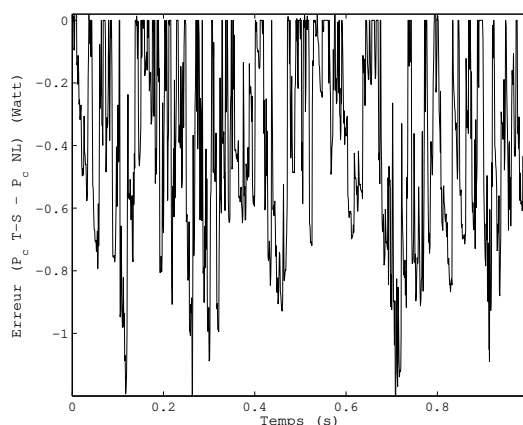
(c) Réponses du système non linéaire et du modèle T-S :  
Pression dans le collecteur d'échappement  $p_2$ .



(d) Erreur  $p_2(T - S) - p_2(NL)$ .



(e) Réponses du système non linéaire et du modèle T-S :  
Puissance du compresseur  $P_c$ .



(f) Erreur  $P_c(T - S) - P_c(NL)$ .

FIGURE 4.5 – Validation du modèle T-S du système DEAP.

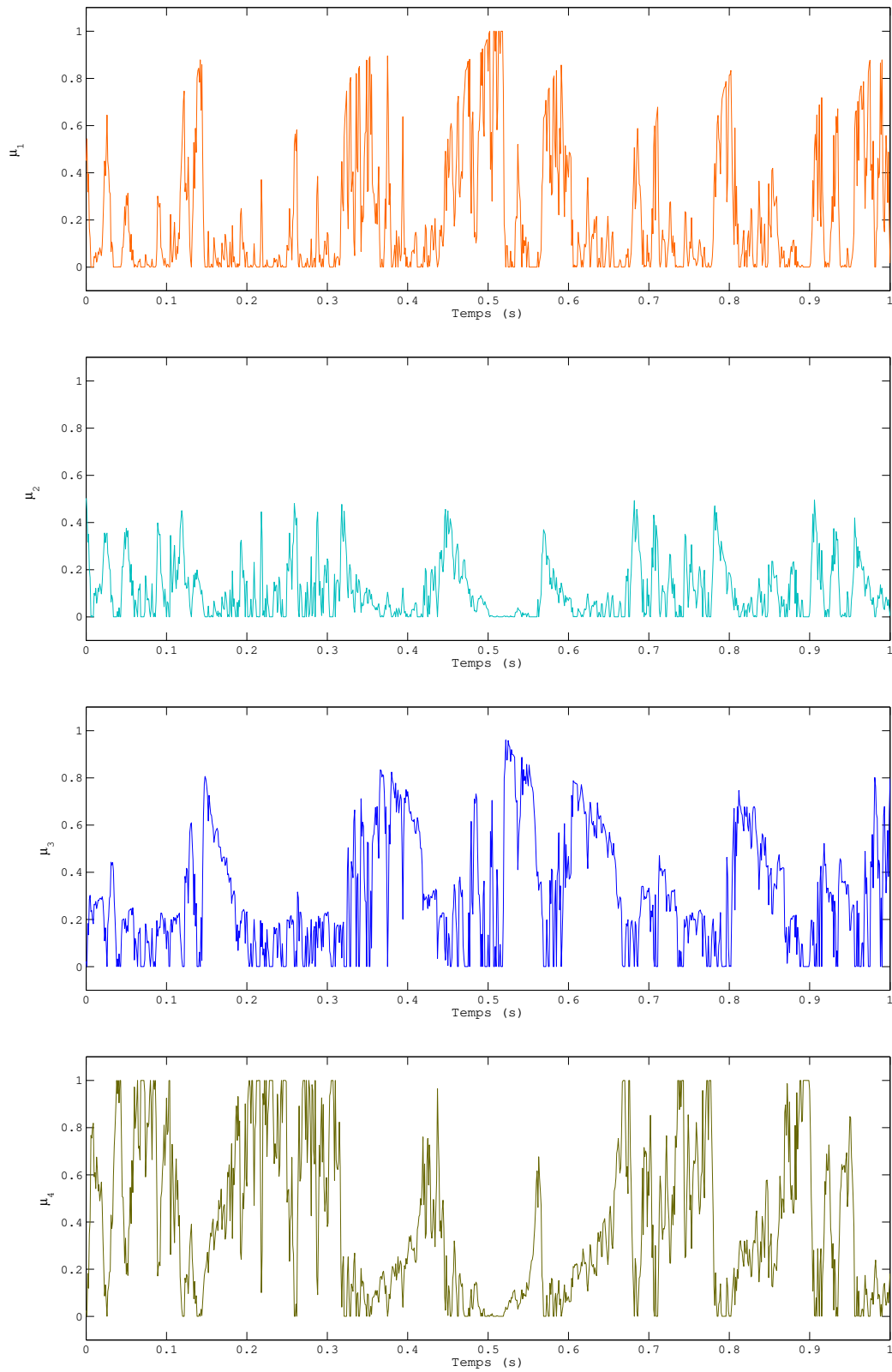


FIGURE 4.6 – Évolution des fonctions d'activation en fonction du temps.

TABLEAU 4.1 – Nomenclature des variables du modèle complet de moteur Diesel [Dabo, 2010]

Variables	Nom	Unités
$p_1$	Pression de gaz dans le collecteur d'admission	Bar
$p_2$	Pression de gaz dans le collecteur d'échappement	Bar
$p_a$	Pression ambiante	Bar
$m_1$	Masse de gaz dans le collecteur d'admission	kg
$m_2$	Masse de gaz dans le collecteur d'échappement	kg
$P_c$	Puissance du compresseur	Watt
$P_t$	Puissance de la turbine	Watt
$P_r$	Rapport de puissance entre $p_2$ et $p_1$	–
$W_c$	Débit d'air à travers le compresseur	kg/s
$W_e$	Débit d'air aspiré par les cylindres	kg/s
$W_f$	Débit de carburant	Kg/s
$W_{vgt}$	Débit de gaz à travers la turbine du VGT	kg/s
$W_{egr}$	Débit de gaz à travers la vanne EGR	kg/s
$T_1$	Température dans le collecteur d'admission	°K
$T_2$	Température dans le collecteur d'échappement	°K
$T_a$	Température ambiante	°K
$V_1$	Volume de gaz dans le collecteur d'admission	m <sup>3</sup>
$V_2$	Volume de gaz dans le collecteur d'échappement	m <sup>3</sup>
$A_{egr}(x_{egr})$	Surface effective permettant le passage de l'air à travers la vanne EGR	m <sup>2</sup>
$A_{vgt}(x_{vgt})$	Surface effective permettant le passage de l'air à travers la turbine du VGT	m <sup>2</sup>
$L_1$	Fraction de gaz brûlés dans le collecteur d'admission	–
$L_2$	Fraction de gaz brûlés dans le collecteur d'échappement	–
$R_{parfait}$	Constante des gaz parfait	Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
$C_d$	Coefficient de perte de charge	–
$AFR$	Rapport air/carburant	–
$\eta_c$	Rendement isentropique du compresseur	–
$\eta_v$	Rendement volumétrique du moteur	–
$\eta_t$	Rendement isentropique de la turbine	–
$\eta_m$	Rendement mécanique du turbocompresseur	–
$\eta_{cy}$	Nombre de cylindres du moteur	–
$c_p$	Capacité thermique massique à pression constante	Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
$c_v$	Capacité thermique massique à volume constant	Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
$\gamma_{ct}$	Rapport des capacités thermiques	–
$v_\delta$	Masse de carburant injecté dans le moteur	SI
$w_{tc}$	Vitesse de rotation du turbocompresseur	tr/min
$J_{tc}$	Moment d'inertie du turbocompresseur	kgm <sup>2</sup>

## 4.4 Etat de l'art sur le contrôle moteur

L'optimisation du fonctionnement du moteur reste toujours une problématique d'actualité suscitant l'intérêt et l'attention de nombreux chercheurs issus de différentes disciplines scientifiques. L'un des objectifs principaux du contrôle moteur est de calculer en permanence les consignes qu'il faut attribuer aux paramètres du contrôleur et les appliquer aux actionneurs correspondants. La stratégie de contrôle s'appuie en effet sur des calculateurs sophistiqués afin d'analyser en temps réel les signaux provenant des divers capteurs installés sur le véhicule et permettant ainsi d'améliorer son fonctionnement. L'aptitude du contrôle moteur à appliquer correctement les consignes des actionneurs tout en minimisant les émissions polluantes et la consommation de carburant est une tâche primordiale (Figure 4.7). En effet, le taux d'émissions polluantes ( $NO_x$ ,  $HC$ , ...) dans le moteur Diesel doit répondre aux exigences des normes Euro. La réduction de la fumée noire visible peut être assurée en conservant un taux d' $AFR$  suffisamment faible. Mais pour le reste des émissions, le problème est plus complexe vu la non accessibilité des mesures à cause du coût élevé des capteurs [Abidi, 2014]. Dans le cas pratique, les industriels utilisent souvent une carte statique, cette dernière ayant pour rôle de fournir, à chaque état d'équilibre, la quantité de carburant nécessaire en fonction de la position de la pédale d'accélérateur et de la vitesse de la rotation du moteur. Par conséquent, la stratégie de contrôle se base alors sur l'intégration de cartographies. Ces cartographies sont conçues à partir de tests expérimentaux effectués dans des conditions bien spécifiques et à un coût assez élevé. Toutefois, ces tests ne tiennent pas la dégradation de l'état du moteur en considération. Donc, le contrôle moteur à base des cartographies ne peut pas garantir un rendement optimal surtout à long terme. La recherche d'une solution alternative à l'utilisation de ces cartographies paraît donc intéressante.

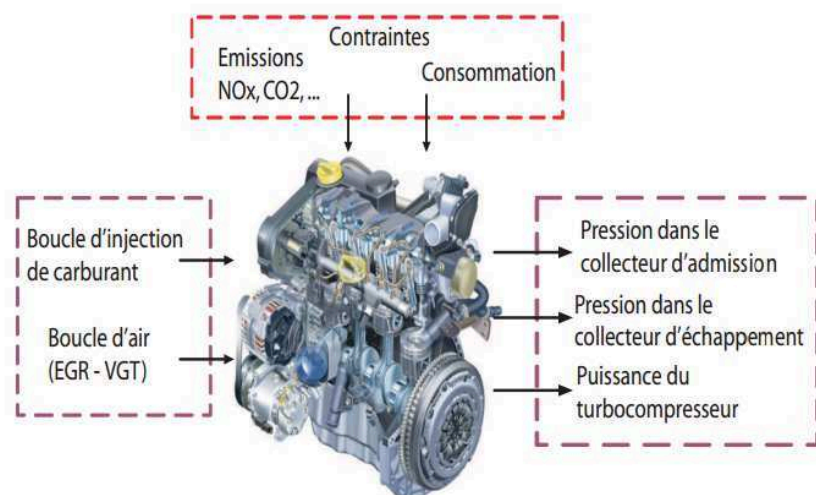


FIGURE 4.7 – Principe de contrôle du moteur Diesel [Ben Hamouda, 2015]

Au cours de ces dernières années, de nombreux travaux théoriques et d'innovations technologiques ont vu le jour. Ces travaux visent à réduire la quantité des émissions polluantes et à optimiser la consommation de carburant tout en permettant au moteur de conserver son bon fonctionnement.

L'objectif d'atteindre simultanément ces différentes performances, qui sont parfois contradictoires, n'est cependant pas aisé vis-à-vis la complexité des phénomènes physico-chimiques se produisant dans le moteur. À ce titre, le contrôle du moteur Diesel présente un problème dont le niveau de complexité dépend directement du nombre de capteurs et d'actionneurs dont il est équipé.

La plupart du temps, les moteurs Diesel sont équipés d'un capteur de pression dans le collecteur d'admission, d'un capteur de pression dans le collecteur d'échappement et d'un débitmètre massique du compresseur [Abidi, 2014]. Ils sont aussi équipés d'un VGT, d'un système EGR et d'un système de post-traitement. Les actionneurs nécessaires pour le contrôle des échanges propres à la boucle d'air sont [Ben Hamouda, 2015] :

1. La vanne EGR pour le recyclage des gaz brûlés.
2. La turbine du VGT.
3. L'injecteur du carburant.
4. Le papillon motorisé.

Dans la partie qui suit, quelques techniques de synthèse de loi de commande pour le contrôle du circuit d'air du moteur Diesel sont exposées :

#### 4.4.1 Commande intelligente

Cette commande est dite intelligente car elle adopte certains aspects du comportement humain. Depuis plusieurs années, la commande intelligente offre des perspectives intéressantes en contrôle moteur. Son problème majeur est de savoir jusqu'où cette commande peut être considérée comme intelligente. Les deux approches les plus significativement appliquées dans le domaine de l'automobile sont : Les réseaux de neurones et la logique floue.

**Réseaux de neurones** Peut être employée dans l'estimation de la pression d'échappement à des fins de contrôle. Cette technique a été utilisée par [Arnold, 2007]. La commande par réseaux de neurones nécessite la construction d'une base de données. Cette dernière peut être fournie à partir de l'ensemble des mesures disponibles sur le circuit d'air, par exemple, à partir de la pression dans le collecteur d'admission, le débit d'air frais ou bien la température dans le collecteur d'admission [Bhowmik *et al.*, 2018] et [Yang *et al.*, 2018].

**Logique floue** L'avantage de la commande par logique floue est sa capacité à traduire les commandes classées complexes en un ensemble de règles simples. La logique floue se base sur une exploitation d'une base de connaissance et permet ainsi de décrire d'une manière précise le comportement du procédé. Elle a été utilisée dans les applications de contrôle moteur telles la supervision des émissions ou la régulation du débit d'air et de pression de suralimentation [Deacon *et al.*, 1999] et [Zhao *et al.*, 2017].

#### 4.4.2 Commande par modes glissants

La commande par modes glissants fait partie des systèmes à structures variables [Utkin *et al.*, 2000], [Khan *et al.*, 2003], [Guermouche *et al.*, 2015] et [Guermouche *et al.*, 2018]. Comme son nom l'indique,

ce type de contrôle peut changer sa structure en fonction de l'entrée. Le but de cette technique est de synthétiser des lois de commande admettant la présence de perturbations dans le modèle. Elle est basée sur la théorie du régime glissant : La structure de commande commute entre deux ensembles de valeurs, de telle manière que les trajectoires évoluent sur une hypersurface bien définie appelée "surface de glissement". La commande par modes glissants permet de respecter les contraintes liées à l'évolution du système à l'aide d'une loi de commande discontinue.

#### 4.4.3 Commande optimale

La commande optimale est basée sur la minimisation d'un critère quadratique permettant de satisfaire les différents objectifs de commande. Cette commande multi-objectif est assurée en attribuant un poids à chacun d'entre eux. La minimisation nécessite la résolution des équations de Riccati [Arnold, 2007] et [Nagoudi-Layerle, 2011]. L'avantage majeur de la commande optimale est sa capacité à répondre aux exigences telles que la poursuite d'une trajectoire désirée et la prise en compte des contraintes systèmes. Elle est considérée comme un bon moyen pour exploiter et établir un bon comportement. Cependant, elle requiert des ressources conséquentes pour pouvoir fonctionner en temps réel. Parmi les commandes optimales les plus utilisées dans la littérature, nous citons : la commande LQG, la commande robuste et la commande prédictive [Nagoudi-Layerle, 2011].

**Commande LQ et LQG** Les régulateurs quadratiques linéaires (en anglais Linear Quadratique ou LQ) et quadratiques gaussiens linéaires (en anglais Linear Quadratic Gaussian ou LQG) sont calculés pour minimiser un critère quadratique donné (qui n'est pas unique). Ils ont été testés dans le domaine d'automobile [Stefanopoulou *et al.*, 2000] et [Omran *et al.*, 2009]. Leur critère quadratique a été implémenté pour minimiser la quantité d'émission de polluants. Cependant, les régulateurs LQ et LQG ne sont pas robustes face aux erreurs de modélisation. Les régulateurs ont aussi été appliqués pour commander la turbine du VGT afin d'atténuer les émissions des particules polluantes [Stefanopoulou *et al.*, 2000].

**Commande robuste** La commande robuste est reconnue pour permettre la régulation des systèmes en présence d'incertitudes paramétriques. Son rôle principal est de [Nagoudi-Layerle, 2011] :

- Assurer la stabilité en boucle fermée.
- Respecter les performances désirées.
- Réduire la sensibilité de structure de commande face aux variations paramétriques.
- Être robuste vis-à-vis d'éventuelles perturbations.

La commande robuste la plus utilisée dans le domaine automobile est la commande  $H_\infty$ . Elle a été initiée par [Zames, 1981] et appliquée par [Glover et Doyle, 1988] et [Chauvin *et al.*, 2008] pour la commande du système DEAP. La commande  $H_\infty$  est basée sur la minimisation de la norme infinie de la fonction de transfert du système à commander. En effet, un bon rejet de défaut est obtenu en minimisant la fonction de transfert de l'erreur par rapport au signal de sortie [Djemili, 2012], [Djemili *et al.*, 2012a], [Djemili *et al.*, 2012b] et [Djemili *et al.*, 2012c].



**Commande prédictive** La troisième commande optimale citée dans ce manuscrit est la commande prédictive. Son avantage majeur est sa capacité d'estimer par prédiction et d'optimiser l'erreur de suivi de trajectoires désirées aux instants futurs. Elle est considérée comme une technique de contrôle récente [Clarke *et al.*, 1987]. Une présentation détaillée de la commande prédictive a été faite dans le premier chapitre. Le critère quadratique de la commande prédictive est une fonction coût dont la minimisation permet d'obtenir un suivi optimal d'une référence bien définie. La mise en place de la commande prédictive nécessite l'élaboration d'un modèle du système. Ce modèle doit être représentatif vis-à-vis du comportement dynamique du processus. La méthode la plus répandue permettant l'identification de ce modèle interne est la méthode des moindres carrés récursif (RLS) [Mamoundou et Langlois, 2011], [Mamoundou et Langlois, 2012] et [Mamoundou, 2013].

Cette technique de contrôle prédictif a été largement appliquée au moteur Diesel [Sankar *et al.*, 2018], [Jiang *et al.*, 2017], [Birudula *et al.*, 2017], [Wang *et al.*, ], [Shekhar *et al.*, 2017], [Sankar *et al.*, 2017] et [Huo et Yan, 2018]. [Rückert *et al.*, 2004] ont utilisé la MPC afin de commander la pression d'échappement du moteur, de réguler la pression de suralimentation et le taux d'EGR en jouant sur la vanne EGR et le VGT. La commande prédictive soumise à des contraintes a été employée par [Layerle *et al.*, 2008], [Abidi *et al.*, 2012] et [Ben Hamouda *et al.*, 2013] afin de contrôler le système DEAP. Une analyse des performances d'un contrôleur prédictif généralisé non linéaire sans la prise en compte des contraintes et à temps continu a été élaboré par [Dabo, 2010].

#### 4.4.4 Problématique du contrôle considérée

La croissance des exigences des normes anti-pollution pousse les constructeurs automobiles à mener des recherches permettant d'apporter des solutions concrètes au problème de réduction de pollution et de consommation. C'est dans ce contexte que se situe la problématique du contrôle visée dans ce chapitre. Notre tâche consiste à commander la vanne EGR et le VGT. Le contrôle moteur doit pouvoir fournir le couple demandé par le conducteur tout en tenant en compte des contraintes sur les émissions d'oxydes d'azote et de particules comme montré dans la Figure 4.8. Les informations issues des différents capteurs sont alors exploitées et un contrôleur prédictif est proposé pour commander la vanne EGR et le VGT.

Dans la section qui suit, l'application de l'ATSMPC, introduite dans le chapitre précédent, au circuit d'air d'un moteur Diesel est présentée.

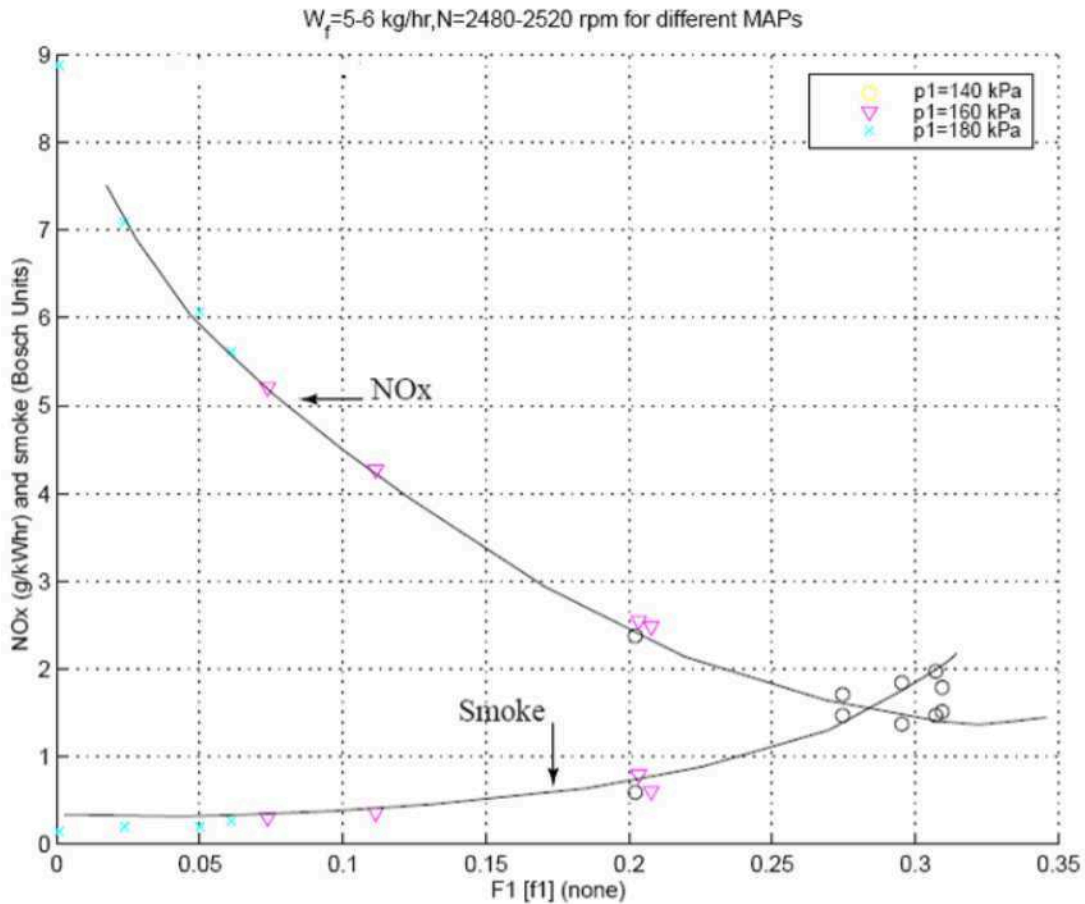


FIGURE 4.8 – Variations des émissions de  $NO_x$  et de fumées en fonction du taux d'EGR [Stefanopoulou *et al.*, 2000, Omran, 2007]

#### 4.5 Application de l'ATSMPC au système DEAP

Le DEAP est considéré comme un système à dynamiques complexes difficile à maîtriser [Abidi *et al.*, 2012]. Toutefois, des efforts intensifs ont été exploités pour fournir le couple demandé par le conducteur tout en prenant en compte les contraintes sur les émissions. Dans cette partie, nous proposons d'appliquer un contrôleur prédictif adaptatif au circuit d'air du moteur Diesel. L'objectif du contrôle est d'assurer un suivi de consigne pour garantir le bon fonctionnement du moteur tout en tenant en compte du problème d'émission de polluants. L'illustration numérique considère le modèle non linéaire réduit du DEAP sous forme T-S déjà présenté dans (4.39) :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -k_1 k_e x_1(t) + k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) x_3(t) + k_1 u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = k_2 k_e x_1(t) - k_2 u_1(t) - k_2 u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = \frac{-1}{\tau} x_3(t) + K_0 \theta_2(x_2(t)) u_2(t) \end{cases}$$

La stratégie de contrôle appliquée a été introduite dans la section 3.3.5. La loi de commande prédictive à appliquer au système est :

$$u(k) = \sum_{i=1}^{N_{l_{ti}}} \mu_i(\theta(t)) u_i(\theta(t)) \quad (4.45)$$

Or, le DEAP possède deux variables de prémisse  $\theta_1(t)$  et  $\theta_2(t)$ . Par conséquent, le nombre des sous-modèles linéaires est  $N_{l_{ti}} = 2^2 = 4$ . Alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\theta) (A_i x(t) + B_i u(t)), \\ y(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\theta) (C_i x(t)). \end{cases}$$

Afin de montrer la pertinence de notre approche, un défaut système instantané  $f_d(t)$  est considéré lors de l'application de l'ATSMPC au système DEAP comme suit :

$$f_d(t) = \begin{cases} 0, & t < 1.5s \\ -0.15, & t = 1.5s \\ 0, & t > 1.5s \end{cases}$$

L'objectif de proposer un tel scénario est de montrer l'intérêt de la mise à jour des paramètres de la MPC et son effet sur la rapidité et la précision de la réponse donnée par le contrôleur dans de telles conditions. Par conséquent, la stratégie de contrôle proposée dans ce manuscrit est présentée dans la Figure 4.9. En présence du défaut considéré, le modèle dynamique du DEAP devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -k_1 k_e x_1(t) + k_1 k_e \theta_1(x_1(t)) x_3(t) + k_1 u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = k_2 k_e x_1(t) - k_2 u_1(t) - k_2 u_2(t) + f_d(t) \\ \dot{x}_3(t) = \frac{-1}{\tau} x_3(t) + K_0 \theta_2(x_2(t)) u_2(t) \end{cases}$$

Le vecteur d'état est supposé être accessible. Les variables de prémisse sont alors supposées mesurables et l'utilisation d'un observateur T-S dans notre cas n'est pas nécessaire. Une phase d'identification a été faite pour identifier la valeur numérique de chacun des paramètres du système DEAP (voir Tableau 4.2) [Jankovic et Kolmanovsky, 2000c], [Abidi *et al.*, 2012], [Abidi, 2014], [Ben Hamouda, 2015] et [Ben Hamouda *et al.*, 2016]. La quantité de carburant injecté est 1.8 g/s. avec :

$$\begin{cases} \theta_1^{min} = 4.5785; \\ \theta_1^{max} = 18.7493; \\ \theta_2^{min} = 0.0720; \\ \theta_2^{max} = 0.3264; \end{cases}$$

Le système DEAP est soumis à des contraintes d'inégalité linéaires prises comme celles imposées par [Ben Hamouda *et al.*, 2016] :

1. Contraintes sur les entrées :

$$\begin{cases} -8 \text{ g/s} \leq u_1(t) \leq 8 \text{ g/s} \\ -8 \text{ kg/s} \leq u_2(t) \leq 8 \text{ kg/s} \end{cases}$$

2. Contraintes sur les sorties :

$$\begin{cases} -0.05 \text{ kg/s} \leq y_1(t) \leq 0.25 \text{ kg/s} \\ 1.30 \text{ bar} \leq y_2(t) \leq 4.00 \text{ bar} \end{cases}$$

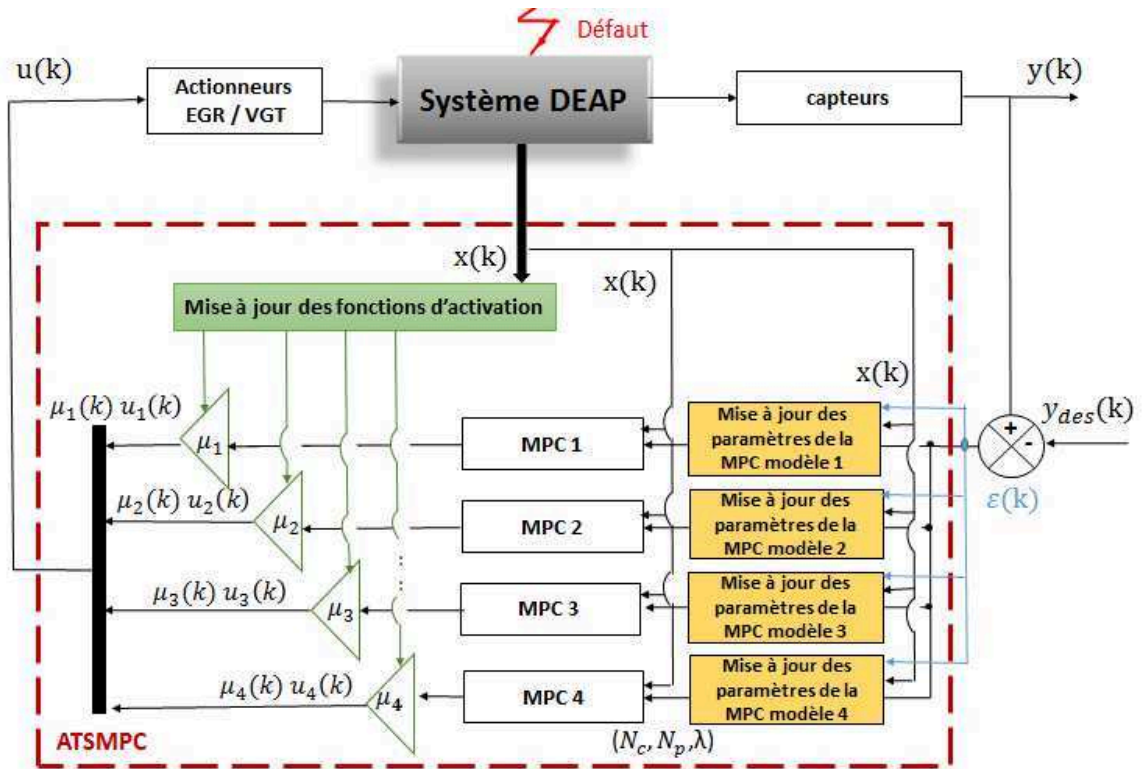


FIGURE 4.9 – Structure de contrôle proposée

TABLEAU 4.2 – Valeurs numériques des paramètres du DEAP [Ben Hamouda *et al.*, 2013]

Paramètres	Valeurs
$N_m$	1800
$k_1$	31.25000
$k_2$	333.2000
$k_c$	0.0026
$k_t$	388.9474
$k_e$	0.0945
$\tau$	0.3000
$\eta_m$	0.9500
$\alpha$	0.2850
$K_0$	$1.2317e^{+03}$

3. Contraintes sur les états :

$$\begin{cases} 1.2 \text{ bar} \leq x_1(t) \leq 2.0 \text{ bar} \\ 1.3 \text{ bar} \leq x_2(t) \leq 4.0 \text{ bar} \end{cases}$$

La mise à jour des paramètres de la MPC est effectuée pour chaque pas d'échantillonnage si nécessaire. Pour ce faire, un critère d'activation désigné par "activ<sub>i</sub>" où  $i \in \{1, \dots, N_{lti}\}$  a été introduit dans l'approche de réglage de la commande prédictive proposée. Ce critère permet d'autoriser ou non la

mise à jour des paramètres. Le but d'introduire un tel critère est d'assurer un gain de temps dans le processus de calcul. Un choix de seuil d'erreur de poursuite (en anglais Tracking Error ou TE) tolérée à 2% a été mis en place et traduit par l'algorithme suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } TE(k) < 2\% \text{ et } y_{des}(k) = y_{des}(k-1) \text{ alors } activ_i = 0 \text{ et } \begin{cases} N_c(k) = N_c(k-1) \\ N_p(k) = N_p(k-1) \\ \lambda(k) = \lambda(k-1) \end{cases} \\ \text{si } TE(k) \geq 2\% \text{ ou } y_{des}(k) \neq y_{des}(k-1) \text{ alors } activ_i = 1 \text{ et Mise à jour des paramètres de la MPC activée} \end{array} \right.$$

La stratégie de contrôle choisie est d'améliorer le rendement du moteur en suivant les signaux de référence (Tableau 4.3). Nous proposons dans la partie qui suit d'établir une étude comparative des performances obtenues à partir de :

- a) Notre approche analytique adaptative désignée par ATSMPC.
- b) Notre approche cartographique non adaptative désignée par CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b].
- c) La stratégie de contrôle prédictif basé sur un modèle flou désignée par FMPC [Ben Hamouda, 2015].

Pour cela, nous avons considéré les mêmes trajectoires désirées pour les points de fonctionnement que dans [Nagoudi-Layerle, 2011]. Les trajectoires désirées pour  $y_{1des}(t) = W_{cdes}$  et  $y_{2des}(t) = p_{2des}$  sont présentées dans le Tableau 4.3.

TABLEAU 4.3 – Valeurs de consignes utilisées en simulation [Nagoudi-Layerle, 2011]

Variable	1 <sup>er</sup> Point de fonctionnement	2 <sup>ème</sup> Point de fonctionnement
$W_{cdes}$ <b>Kg/s</b>	0.03	0.05
$p_{2des}$ <b>Bar</b>	1.45	1.75

Les paramètres de la MPC calculés selon notre approche heuristique CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b] sont donnés dans le Tableau 4.4 et ceux proposés par [Ben Hamouda *et al.*, 2016] selon la stratégie FMPC sont donnés dans le Tableau 4.5. La Figure 4.10 présente la dynamique d'évolution du critère  $activ_i$ . Les Figures 4.11 et 4.12 montrent la mise à jour des paramètres de la commande prédictive calculés en ligne selon l'approche ATSMPC proposée en présence du défaut système.

TABLEAU 4.4 – Paramètres de la MPC selon CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b]

Paramètre	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 4
$N_c$	1	1	2	1
$N_p$	24	26	19	12
$\lambda_1$	1.12	10.13	8.41	1.11
$\lambda_2$	0.97	0.83	0.76	0.93

Les fonctions d'activation sont montrées dans la Figure 4.13. Les signaux de sortie  $y_1$  et  $y_2$  sont présentés dans les Figures 4.14 et 4.15. L'évolution des signaux de commande  $u_1$  et  $u_2$  en fonction du temps est

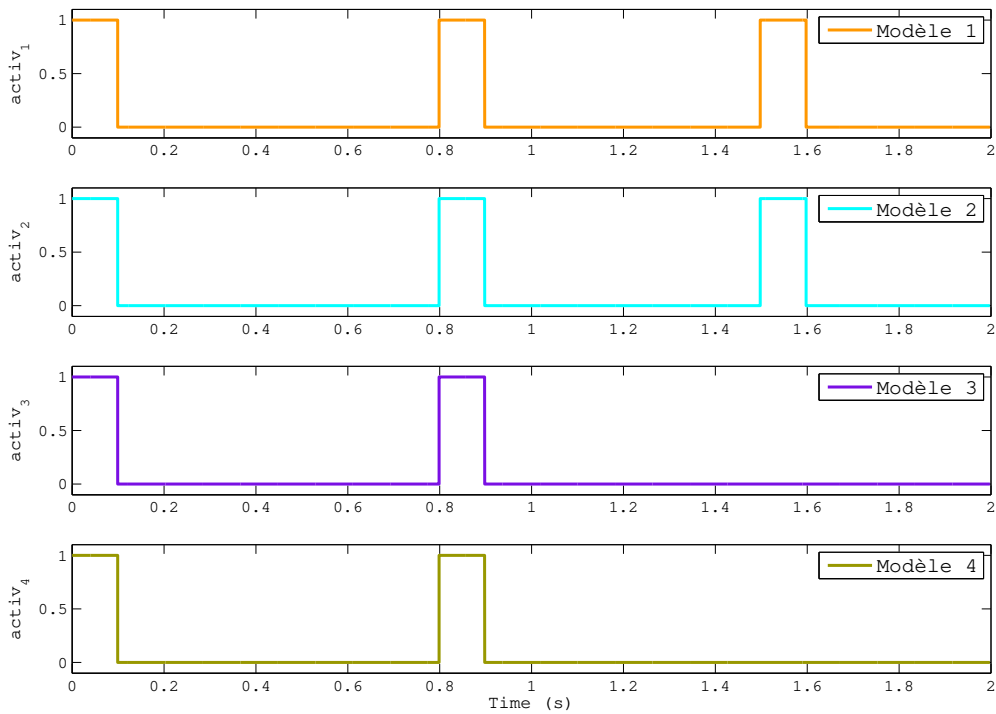


FIGURE 4.10 – Évolution du critère activ en présence du défaut système.

TABLEAU 4.5 – Paramètres de la MPC selon FMPC [Ben Hamouda *et al.*, 2016]

Paramètre	Modèle 1	Modèle 2	Modèle 3	Modèle 4
$N_c$	3	3	3	3
$N_p$	4	4	4	4
$\lambda_1$	1	1	1	1
$\lambda_2$	10	10	10	10

donnée dans les Figures 4.16 et 4.17. Une étude comparative des performances obtenues peut être établie à partir des Tableaux 4.6 et 4.7.

Dans la simulation numérique, nous avons pris les conditions initiales du vecteur d'état nulles. D'après le Tableau 4.6, les temps de montée et de stabilisation du débit d'air dans le compresseur les plus rapides pour le premier et deuxième échelon sont ceux calculés en se basant sur notre approche analytique de réglage des paramètres de la MPC. En effet, grâce à l'ATSMPC proposée, nous proposons une amélioration du temps de montée d'environ 600 fois comparée à la stratégie FMPC proposée par [Ben Hamouda *et al.*, 2016] et d'environ 6 fois comparée à l'approche heuristique CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b]. Concernant la pression de gaz dans le collecteur d'échappement, les temps de montée à l'aide des approches CNAMPC et ATSMPC sont semblables pour les deux échelons ( $0.0012 \simeq 0.0013$ ;  $0.8005 \simeq 0.8000$ ). Ce critère s'implique de même au temps de réponse. En effet, les trois approches de réglage mènent à un critère ST pratiquement identique ( $\simeq 1.15$ ). Nous pouvons conclure alors que les deux

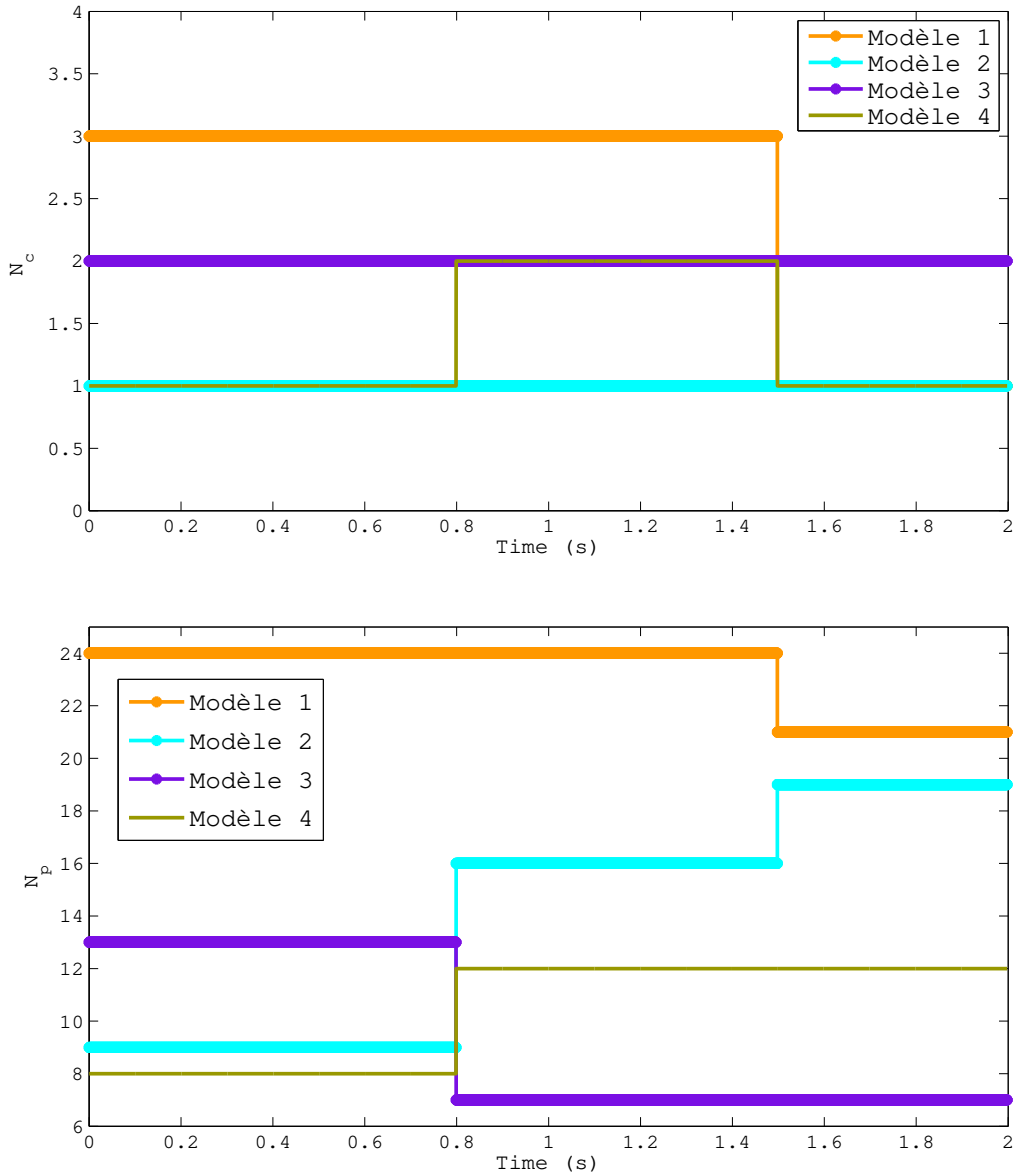


FIGURE 4.11 – Évolution des horizons de la MPC selon ATSMPC

approches (analytique ATSMPC et heuristique CNAMPC) conduisent à des sorties  $y_1$  et  $y_2$  ayant les mêmes performances en terme de rapidité.

Si nous nous intéressons maintenant à la stabilité optimale du système en boucle fermée, nous constatons d'une part que le SDI calculé selon notre approche ATSMPC est le plus proche de l'unité. Ce qui veut dire que la stabilité est la meilleure comparée aux autres. D'autre part, le dépassement minimal est garanti par notre approche analytique qui est 114 fois plus petit pour le premier échelon de  $y_1$  et d'environ 15 fois plus réduit pour le second échelon de  $y_1$  que celui proposé par [Turki *et al.*, 2017b]. Concernant  $y_2$ , les dépassements OV déterminés par les approches ATSMPC et CNAMPC sont à peu près les mêmes pour chacun des premier et second échelons. Le dépassement est plus que 126 fois plus petit pour le premier échelon de  $y_2$  et d'environ 16 fois plus amélioré pour le deuxième échelon de  $y_2$

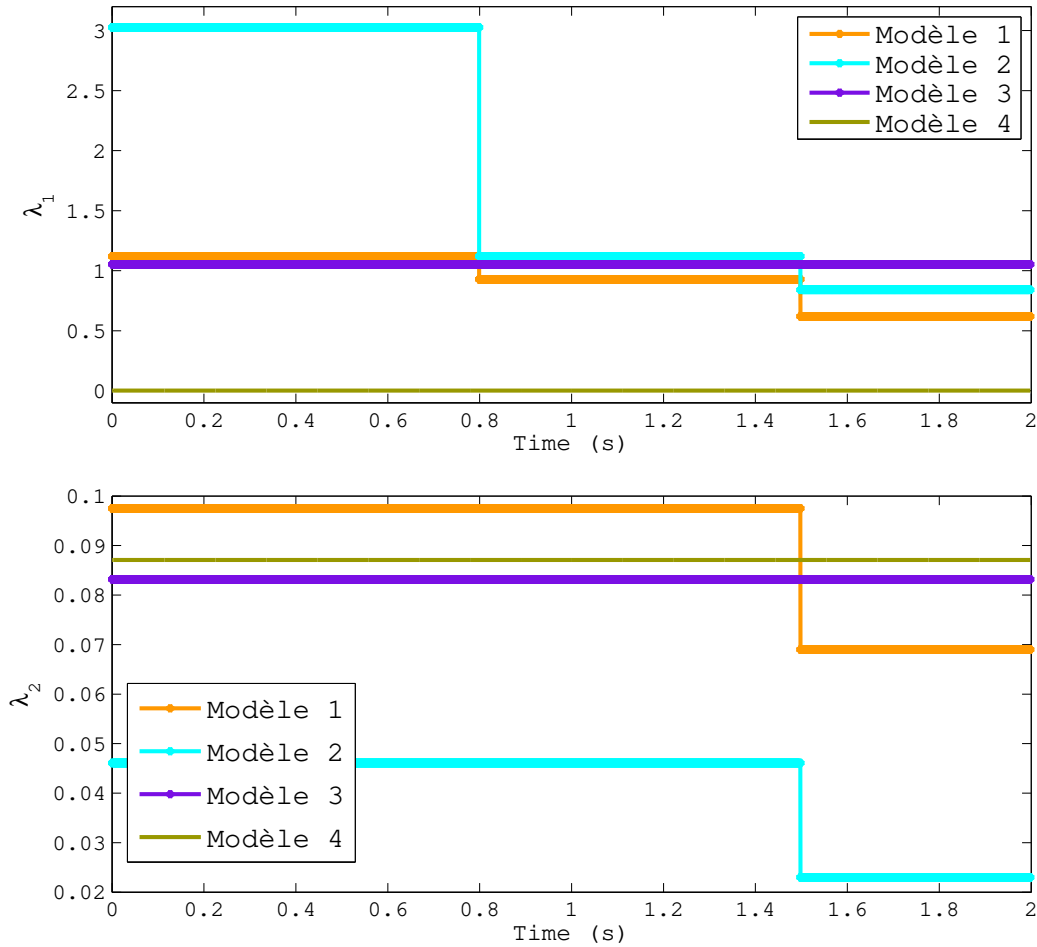


FIGURE 4.12 – Évolution des facteurs de pondération de la MPC selon ATSMPC

comparé au dépassement calculé selon la stratégie FMPC [Ben Hamouda *et al.*, 2016]. Par conséquent, l'approche de réglage analytique proposée mène à des signaux de sortie plus stables que les deux autres approches. Afin d'évaluer la précision des sorties, la moyenne de l'erreur de poursuite MTE est la plus adaptée pour ça. Pour le débit au niveau du compresseur et pour la pression de gaz dans le collecteur d'échappement, la MTE calculée selon l'approche ATSMPC est la plus réduite. Nous concluons alors que notre approche conduit à une meilleure performance en terme de précision.

L'indice du conditionnement de la matrice Hessienne  $cond(H)$  permet d'évaluer la stabilité numérique du système en boucle fermée. Plus l'indice  $cond(H)$  est élevé, plus la matrice  $H$  est proche d'être singulière et donc la stabilité numérique est dégradée, alors qu'une matrice ayant un conditionnement proche de 1 est loin d'être singulière et sa stabilité numérique est assurée [Heath, 2002]. Ici, nous proposons un conditionnement qui vaut 3.4132 qui est trois fois inférieur celui proposé par [Ben Hamouda *et al.*, 2016]. Cependant, l'approche CNAMPC [Turki *et al.*, 2017b] propose un réglage de la commande prédictive qui assure une meilleure stabilité numérique du système en dépit de sa stabilité optimale. Par conséquent, l'ATSMPC permet d'avoir le meilleur compromis entre la stabilité numérique et optimale du système DEAP.



TABLEAU 4.6 – Comparaison des performances du DEAP relatives à  $y_1 = W_c$

	FMPC [Ben Hamouda <i>et al.</i> , 2016]	CNAMPC [Turki <i>et al.</i> , 2017b]	ATSMPC
<b>RT (s) (1<sup>er</sup> échelon)</b>	0.1731	0.0174	0.0028
<b>ST (s) (1<sup>er</sup> échelon)</b>	-	0.2222	0.0271
<b>RT (s) (2<sup>ème</sup> échelon)</b>	0.9387	0.8372	0.8014
<b>ST (s) (2<sup>ème</sup> échelon)</b>	1.7506	0.8539	0.8043
<b>OV (%) (1<sup>er</sup> échelon)</b>	26.0375	99.7223	0.6883
<b>OV (%) (2<sup>ème</sup> échelon)</b>	9.1868	1.9485	1.3011
<b>MTE</b>	0.0054	0.0013	0.2032e <sup>-3</sup>
<b>SDI</b>	0.5992	0.6996	0.8551
<b>VARU (<math>u_1</math>)</b>	-0.0033	-0.0010	-0.0045
<b>VARU (<math>u_2</math>)</b>	-0.0001	-0.0012	-0.0027
<b>CSE (<math>u_1</math>)</b>	222.4850	90.7329	156.2298
<b>CSE(<math>u_2</math>)</b>	196.3998	150.4545	218.2462
<b>CEE (<math>u_1</math>)</b>	0.9207	0.6073	6.5219
<b>CEE (<math>u_2</math>)</b>	0.0092	2.6674	0.6609
<b>cond(H)</b>	10.0523	2.2659	3.4132

TABLEAU 4.7 – Comparaison des performances du DEAP relatives à  $y_2 = p_2$

	FMPC [Ben Hamouda <i>et al.</i> , 2016]	CNAMPC [Turki <i>et al.</i> , 2017b]	ATSMPC
<b>RT (s) (1<sup>er</sup> échelon)</b>	6.0862e-04	0.0012	0.0013
<b>ST (s) (1<sup>er</sup> échelon)</b>	0.0422	0.0043	0.0047
<b>RT (s) (2<sup>ème</sup> échelon)</b>	0.8019	0.8005	0.8000
<b>ST (s) (2<sup>ème</sup> échelon)</b>	1.5031	1.4981	1.4989
<b>OV (%) (1<sup>er</sup> échelon)</b>	17.1101	0.3102	0.3100
<b>OV (%) (2<sup>ème</sup> échelon)</b>	14.4342	0.8573	0.8572
<b>MTE</b>	0.0033	0.0004	0.3053e <sup>-3</sup>
<b>SDI</b>	0.5992	0.6996	0.8551
<b>VARU (<math>u_1</math>)</b>	-0.0033	-0.0010	-0.0045
<b>VARU (<math>u_2</math>)</b>	-0.0001	-0.0012	-0.0027
<b>CSE (<math>u_1</math>)</b>	222.4850	90.7329	156.2298
<b>CSE(<math>u_2</math>)</b>	196.3998	150.4545	218.2462
<b>CEE (<math>u_1</math>)</b>	0.9207	0.6073	6.5219
<b>CEE (<math>u_2</math>)</b>	0.0092	2.6674	0.6609
<b>cond(H)</b>	10.0523	2.2659	3.4132

Si nous nous intéressons maintenant aux signaux de commande, les meilleures variances de débit de gaz dans la vanne EGR et de débit de gaz dans la turbine du VGT (la plus petite) sont obtenues grâce à notre approche analytique. Concernant les critères qui indiquent la quantité d'énergie consommée, le CSE le plus petit par rapport à  $u_1$  et  $u_2$  est celui déterminé en se basant sur l'approche heuristique CNAMPC. Alors que celui le plus important relatif à  $u_2$  est donné par notre approche analytique. Pour le

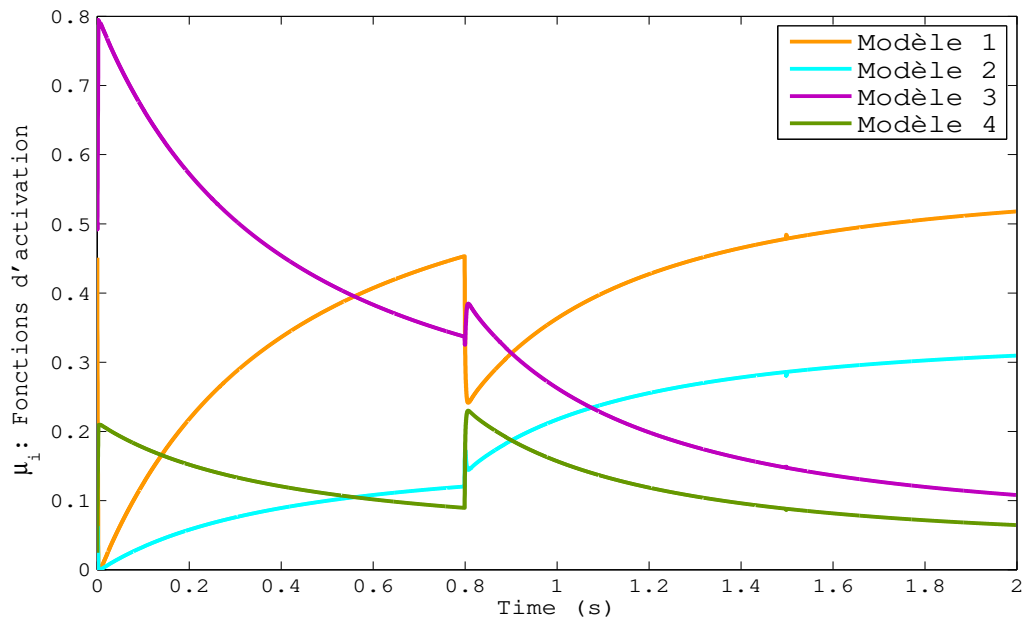


FIGURE 4.13 – Évolution des fonctions d'activation en fonction du temps.

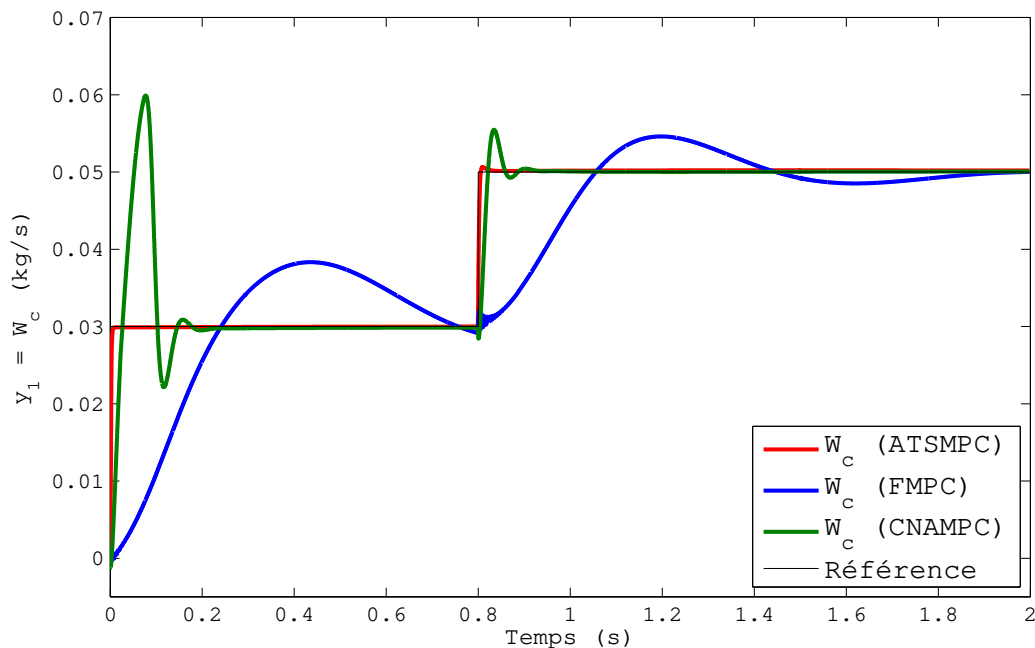


FIGURE 4.14 – Évolution du débit d'air dans le compresseur en fonction du temps.

critère CEE, notre approche ATSMPC présente pour  $u_1$  et  $u_2$  des valeurs élevées mais restent inférieures pour  $u_2$  comparées à [Turki *et al.*, 2017b]. En effet, cette dégradation s'explique par la proposition d'une approche adaptative qui consomme plus d'énergie comparée aux deux autres non adaptatives. Plus la valeur des critères CSE et CEE est élevée, plus l'énergie consommée par le contrôleur est importante.

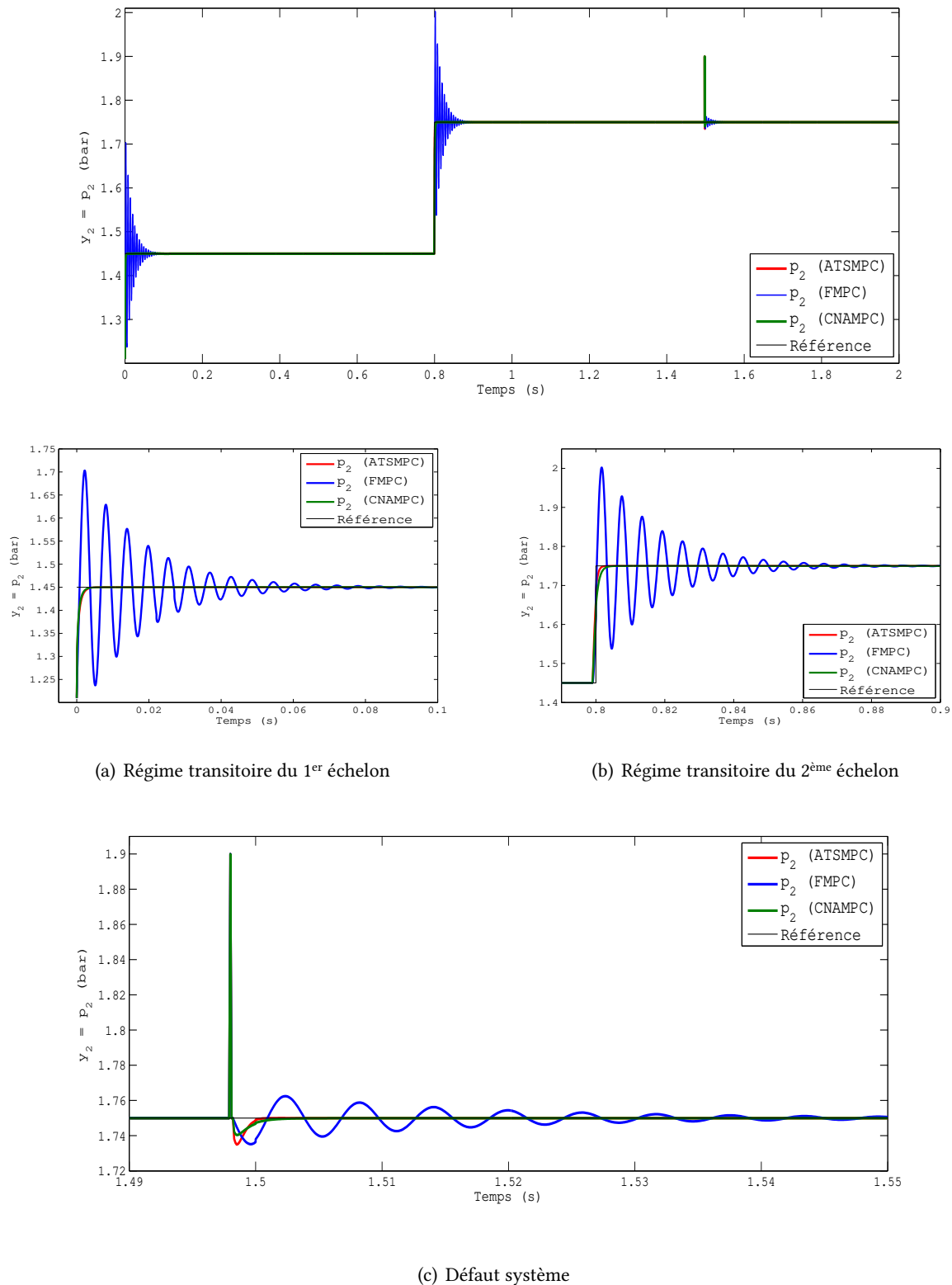


FIGURE 4.15 – Évolution de la pression de gaz dans le collecteur d'échappement en fonction du temps.

Finalement, nous concluons que l'approche analytique de réglage de la commande prédictive proposée présente le meilleur compromis en termes de stabilité optimale du système en boucle fermée, de précision, de rapidité, de stabilité numérique et même d'énergie consommée.

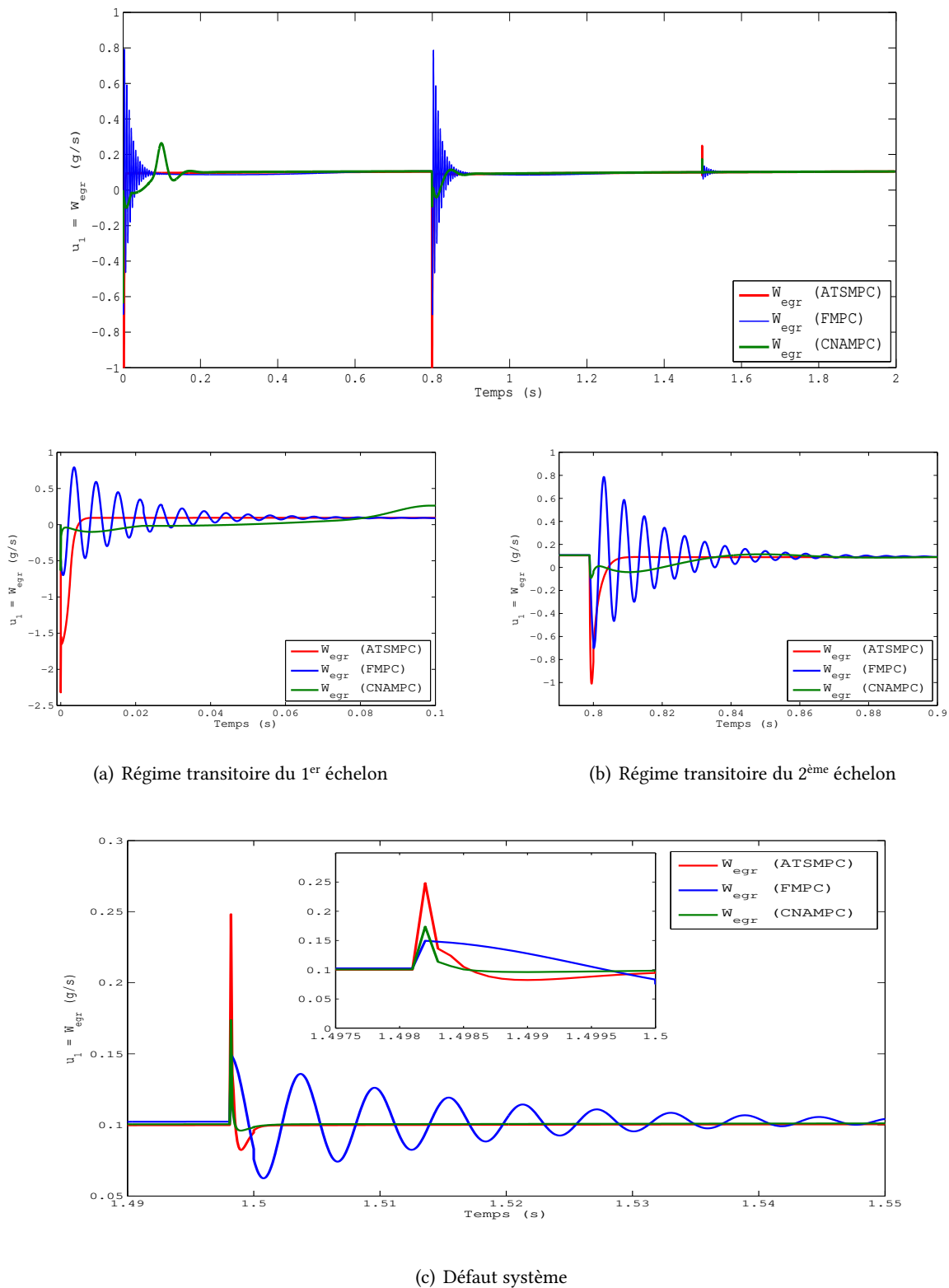


FIGURE 4.16 – Évolution du débit de gaz dans la vanne EGR en fonction du temps.

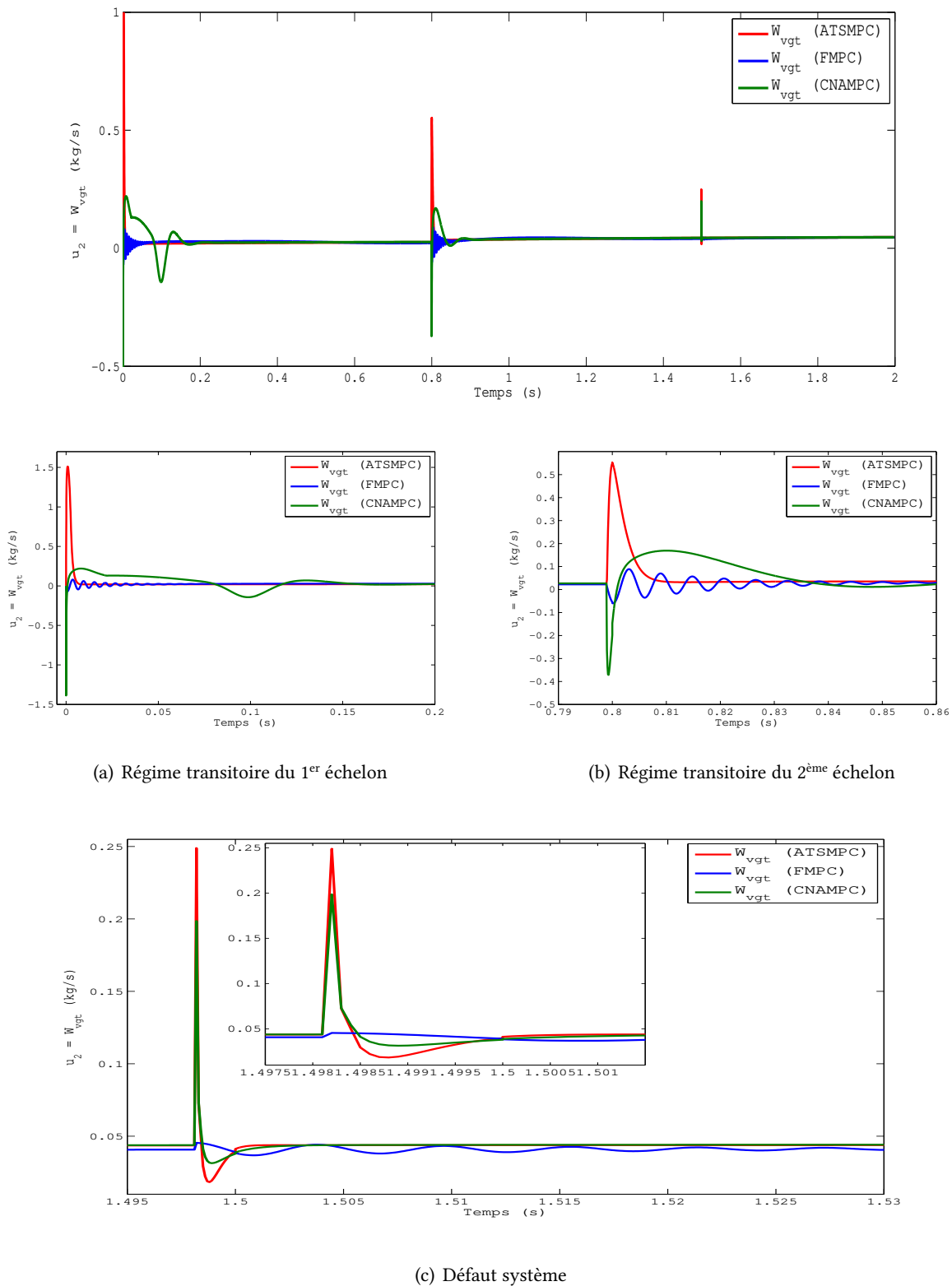


FIGURE 4.17 – Évolution du débit de gaz dans la turbine VGT en fonction du temps.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué notre approche de réglage analytique adaptative des paramètres de la commande prédictive ATSMPC. Nous avons comparé les résultats obtenus selon l'approche ATSMPC et deux autres approches de réglage : la première est une approche heuristique de réglage des paramètres de la MPC déjà présentée dans le deuxième chapitre, elle s'agit de la CNAMPC, la seconde à base de logique floue (FMPC). Pour cela, nous avons choisi comme application numérique le circuit d'air d'un moteur Diesel. Le système DEAP présente une forte non linéarité et nécessite parfois de combiner le contrôleur prédictif avec une loi de commande PDC pour garantir sa stabilité en boucle fermée comme montré dans [Ben Hamouda *et al.*, 2016]. Nous nous sommes intéressé précisément au contrôle du débit d'air dans le compresseur et de la pression de gaz dans le collecteur d'échappement, l'objectif du contrôle étant d'assurer un suivi de consignes afin de garantir le bon fonctionnement du moteur Diesel. Pour ce faire, nous avons considéré deux actionneurs qui sont la vanne EGR et le VGT. Ces derniers doivent être commandés pour garantir le bon maintien des performances désirées (consommation minimale du carburant, émission réduite de polluants, réponse adaptée aux exigences du conducteur).

Dans ce chapitre, nous avons montré que la stabilité du système en boucle fermée est possible sans avoir besoin de combiner des lois de commande PDC ou d'autres techniques de stabilisation des systèmes non linéaires décrits sous forme T-S. Nous avons montré analytiquement qu'un choix approprié des paramètres du contrôleur prédictif assurait la stabilité optimale des sous modèles linéaires. Nous avons aussi montré par simulation numérique que le modèle global était stable en boucle fermée. Nous avons aussi considéré dans ce chapitre l'introduction d'un défaut système afin de montrer l'intérêt de la mise à jour des paramètres de la MPC. Un choix approprié des paramètres de la MPC permet aussi de rendre cette dernière plus performante et robuste vis-à-vis d'éventuels défauts systèmes.

# CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Les travaux de recherche réalisés au cours de cette thèse avaient pour objectif la synthèse d'une approche analytique de réglage auto-adaptatif des paramètres de la MPC à base de modèle d'état. Ils ont abouti à une commande prédictive que nous avons désignée "ATSMPC". Nous avons montré que celle-ci est applicable à :

- (a) tout système linéaire SISO ou MIMO commandable et observable.
- (b) tout système non linéaire SISO ou MIMO commandable, observable et décrit par un modèle T-S.

Son originalité ne se limite pas à des cas particuliers tels que les systèmes FOPDT, les systèmes du second ordre, les systèmes SISO sans contrainte et invariant dans le temps. Elle peut être considérée comme générique dans la mesure où nous avons montré son applicabilité :

- quelque soit l'ordre du système linéaire considéré,
- en présence de variations dans le temps des paramètres de ce système,
- en présence de contraintes sur les entrées de commande et/ou les sorties,

Elle possède, de plus, les propriétés suivantes :

1. La garantie de la stabilité optimale du système en boucle fermée.
2. L'amélioration de la stabilité numérique du système sans avoir besoin d'intégrer une pondération exponentielle décroissante dans la formulation de la commande prédictive à base d'état.
3. La diminution de la moyenne de l'erreur de poursuite par rapport aux autres approches de réglage considérées.
4. La garantie d'une charge de calcul minimale (grâce à l'aspect analytique de l'approche et l'utilisation du critère *activ*).

5. La robustesse vis-à-vis des défauts systèmes instantanés jusqu'à certaines limites.

Pour arriver à élaborer cette approche, nous nous sommes intéressés dans un premier temps à la formulation de la commande prédictive à base d'état et à temps discret en présence et en absence de contraintes. Le multiplicateur de Lagrange a été employé dans le cas avec contraintes pour optimiser la fonction  $J$ . Dans un deuxième temps, et dans l'objectif de préparer une alternative de comparaison, nous avons développé une approche de réglage des paramètres de la MPC cartographique non adaptative CNAMPC dans le cas MIMO. Celle-ci permet de déterminer une combinaison des paramètres de la MPC qui garantit les performances désirées. Un critère *Select* est utilisé afin de vérifier si le comportement du système en boucle fermée satisfait ou non les exigences chiffrées du cahier des charges. Dans un troisième temps, la pondération exponentielle décroissante a été intégrée dans la conception de l'approche CNAMPC afin d'améliorer la stabilité numérique du procédé à contrôler. L'amélioration de la stabilité numérique dans l'approche ATSMPC proposée est garantie par le choix approprié des paramètres de la MPC (rôle du critère  $\text{cond}(H)$ ).

En effet, la synthèse de l'approche ATSMPC a été appuyée sur plusieurs critères : Premièrement, le concept du rang effectif dans la détermination analytique du  $N_c$ . Le choix d'utiliser ce concept est basé sur sa simplicité d'intégration. Il présente un moyen aisé et efficace de passer d'un horizon de commande infini à un autre réduit sans dégrader les conditions numériques du procédé. Deuxièmement, la stabilité optimale du système en boucle fermée selon le critère de Schule. Ce théorème nous a permis de déterminer analytiquement l'horizon de prédiction  $N_p$  qui, à son tour, assure la stabilité optimale du procédé. Troisièmement, et dans l'objectif de maintenir la faisabilité numérique du problème d'optimisation, nous avons proposé un choix du facteur de pondération qui garantit l'inversibilité de la matrice Hessienne. Notons que l'implémentation de ces différentes fonctions objectifs a été possible grâce à l'outil Yalmip.

Ensuite, une structure de type Takagi-Sugeno (T-S) a été appliquée dans le troisième chapitre en tant que technique de modélisation représentative et de contrôle. Cette technique permet l'écriture d'un système non linéaire sous forme quasi-LPV. Le modèle T-S résultant obtenu à partir de l'approche par secteurs non linéaires peut représenter le comportement du système global. Cette structure T-S a permis d'étendre l'approche analytique proposée de réglage de la commande prédictive aux systèmes non linéaires.

La stratégie de contrôle proposée ATSMPC a été ensuite testée en simulation numérique sur le système d'air d'un moteur Diesel en présence d'un défaut système instantané. L'objectif de contrôle était d'assurer un suivi de consignes afin de garantir le bon fonctionnement du moteur diesel. Nous avons montré sur cet exemple d'application que la stabilité du système en boucle fermée est possible sans avoir besoin de combiner des lois de commande PDC ou d'autres techniques de stabilisation des systèmes non linéaires sous forme T-S. En effet, dans nos travaux de recherche, nous avons mené une étude théorique portant sur la stabilité optimale des sous modèles locaux du système T-S. Nous avons montré par simulation numérique que le modèle global non linéaire garde sa stabilité en boucle fermée avec un critère SDI encourageant par rapport aux autres SDI obtenus via des approches de réglage identifiées dans la littérature.

Les résultats obtenus dans nos travaux sont encourageants et prometteurs concernant la synthèse



d'un contrôleur prédictif adaptatif.

Parmi les perspectives que nous estimons abordables et qui pourraient apporter soit des améliorations, soit des nouveautés à la présente contribution :

- Une étude théorique sur la stabilité optimale en boucle fermée du système complet non linéaire en fonction des paramètres de la MPC associés aux différents modèles locaux.
- La conception de lois de commande prédictive tolérante aux défauts d'actionneurs ou de capteurs embarquées, dédiées au modèle non linéaire, peut être envisagée dans le but d'améliorer les performances du procédé en boucle fermée : En effet, nous avons introduit un défaut système instantané afin de montrer l'intérêt de la mise à jour des paramètres de la MPC et la rapidité du contrôleur adaptatif. Pour l'instant, seul ce type de défaut a été généré en simulation numérique. Par conséquent, comme deuxième perspective, il est conseillé d'introduire différents types de défauts permanents tels les défauts actionneurs ou défauts systèmes afin de prouver la robustesse de l'approche ATSMPC proposée. La conception d'un observateur T-S dans ces conditions paraît nécessaire.
- Mener une étude théorique sur les limites de robustesse de l'approche ATSMPC proposée vis-à-vis du défaut système instantané. La simulation numérique a montré qu'une amplitude élevée pouvait destabiliser le système en boucle fermée. Le contrôleur prédictif dans ces conditions perd sa robustesse. Par conséquent, une étude théorique définissant les limites exactes de l'approche ATSMPC par rapport à l'ampleur de défaut paraît intéressante.
- L'approche proposée repose fortement sur la représentativité du modèle du système. La présence d'incertitudes paramétriques du procédé pourrait dégrader les résultats fournis par l'approche ATSMPC. Une étude théorique qui aura pour but une estimation de ces incertitudes avant d'activer la mise à jour des paramètres de la MPC paraît envisageable.
- L'application de l'ATSMPC à un procédé réel. Le travail permettrait de montrer que :
  - L'approche proposée peut être effectivement implémentée dans une unité de contrôle électronique;
  - Les performances réelles correspondent à celles obtenues en simulation numérique.

# BIBLIOGRAPHIE

- [Abdennour, 2001] ABDENNOUR, R. B. (2001). *Identification et commande numérique des procédés industriels*, volume 11. Editions Technip.
- [Abidi, 2014] ABIDI, I. (2014). Contribution à la commande de la boucle d'air d'un moteur diesel : approche ts.
- [Abidi *et al.*, 2012] ABIDI, I., BOSCHE, J., EL HAJJAJI, A. et AITOCHE, A. (2012). Control of a turbocharged diesel engine with egr system using takagi-sugeno's approach. *In Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, pages 960–965. IEEE.
- [Aicha *et al.*, 2010] AICHA, F., BOUANI, F. et KSOURI, M. (2010). Design of multiobjective predictive controller based on genetic algorithm.
- [Akhenak, 2004] AKHENAK, A. (2004). Conception d'observateurs non linéaires par approche multi-modèle application au diagnostic. *Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine*, 16.
- [Al-Ghazzawi *et al.*, 2001] AL-GHAZZAWI, A., ALI, E., NOUH, A. et ZAFIRIOU, E. (2001). On-line tuning strategy for model predictive controllers. *Journal of Process Control*, 11(3):265–284.
- [Ali, 2001] ALI, E. (2001). Automatic tuning of model predictive controllers based on fuzzy logic. *optimization*, 2(2):1.
- [Ali, 2003] ALI, E. (2003). Heuristic on-line tuning for nonlinear model predictive controllers using fuzzy logic. *Journal of Process Control*, 13(5):383–396.
- [Allaire, 2005] ALLAIRE, G. (2005). *Analyse numérique et optimisation : Une introduction à la modélisation mathématique et à la simulation numérique*. Editions Ecole Polytechnique.
- [Allgöwer *et al.*, 1999a] ALLGÖWER, F., BADGWELL, T., QIN, J., RAWLINGS, J. et WRIGHT, S. (1999a). Advances in control/highlights of ecc'99//chapt. 12. nonlinear predictive controls and moving horizon estimation.

- [Allgöwer *et al.*, 1999b] ALLGÖWER, F., BADGWELL, T. A., QIN, J. S., RAWLINGS, J. B. et WRIGHT, S. J. (1999b). Nonlinear predictive control and moving horizon estimation-an introductory overview. *In Advances in control*, pages 391–449. Springer.
- [Allgöwer et Zheng, 2012] ALLGÖWER, F. et ZHENG, A. (2012). *Nonlinear model predictive control*, volume 26. Birkhäuser.
- [Allouche, 2016] ALLOUCHE, B. (2016). *Modélisation et commande des robots nouvelles approches basées sur les modèles Takagi-Sugeno*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis.
- [Anderson *et al.*, 1971] ANDERSON, B. D., PREN, J. et DICKERSON, S. (1971). Linear optimal control.
- [Angelis, 2001] ANGELIS, G. Z. (2001). *System analysis, modelling and control with polytopic linear models*. Thèse de doctorat, Technische Universiteit Eindhoven.
- [Arnold, 2007] ARNOLD, J.-F. (2007). *Proposition d'une stratégie de contrôle à base de logique floue pour la commande d'un circuit d'air d'un moteur Diesel*. Thèse de doctorat, Rouen.
- [Assawinchaichote *et al.*, 2004] ASSAWINCHAICHOTE, W., NGUANG, S. K. et SHI, P. (2004). H infinity output feedback control design for uncertain fuzzy singularly perturbed systems : an lmi approach. *Automatica*, 40(12):2147–2152.
- [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2010] BAGHERI, P. et KHAKI-SEDIGH, A. (2010). An anova based analytical dynamic matrix controller tuning procedure for fopdt models. *Amirkabir International Journal of Modeling, Identification, Simulation & Control*, 42(2):55–64.
- [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2011] BAGHERI, P. et KHAKI-SEDIGH, A. (2011). Tuning of dynamic matrix controller for fopdt models using analysis of variance. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):12319–12324.
- [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2014] BAGHERI, P. et KHAKI-SEDIGH, A. (2014). An analytical tuning approach to multivariable model predictive controllers. *Journal of Process Control*, 24(12):41–54.
- [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2015a] BAGHERI, P. et KHAKI-SEDIGH, A. (2015a). Closed form tuning equations for model predictive control of first-order plus fractional dead time models. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 13(1):73–80.
- [Bagheri et Khaki-Sedigh, 2015b] BAGHERI, P. et KHAKI-SEDIGH, A. (2015b). Closed form tuning equations for model predictive control of first-order plus fractional dead time models. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 13(1):73–80.
- [Bagheri et Sedigh, 2013] BAGHERI, P. et SEDIGH, A. K. (2013). Analytical approach to tuning of model predictive control for first-order plus dead time models. *IET Control Theory & Applications*, 7(14): 1806–1817.
- [Bagheri et Sedigh, 2015] BAGHERI, P. et SEDIGH, A. K. (2015). Robust tuning of dynamic matrix controllers for first order plus dead time models. *Applied Mathematical Modelling*, 39(22):7017–7031.
- [Balchen *et al.*, 1989] BALCHEN, J. G., LJUNGQUIST, D. et STRAND, S. (1989). State space model predictive control of a multi stage electro-metallurgical process.

- [Banerjee *et al.*, 2010] BANERJEE, T. P., ROYCHOUDHURY, J., DAS, S. et ABRAHAM, A. (2010). Hybrid intelligent predictive control system for high speed bldc motor in aerospace application. *In Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET), 2010 3rd International Conference on*, pages 258–262. IEEE.
- [Bara, 2001] BARA, G. I. (2001). *Estimation d'état des systèmes linéaires à paramètres variants*. Thèse de doctorat, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL.
- [Ben Aicha *et al.*, 2013] BEN AICHA, F., BOUANI, F. et KSOURI, M. (2013). A multivariable multiobjective predictive controller. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 23(1):35–45.
- [Ben Hamouda, 2015] BEN HAMOUDA, L. (2015). *Sur la synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts à base de modèles TS flous*. Thèse de doctorat, École Nationale d'ingénieurs de Tunis et Université de Rouen.
- [Ben Hamouda *et al.*, 2016] BEN HAMOUDA, L., AYADI, M. et LANGLOIS, N. (2016). Fuzzy fault tolerant predictive control for a diesel engine air path. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 14(2):443–451.
- [Ben Hamouda *et al.*, 2013] BEN HAMOUDA, L., BENNOUNA, O., AYADI, M. et LANGLOIS, N. (2013). Quasi-lpv model predictive reconfigurable control for constrained nonlinear systems. *In Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, pages 590–595, Nice.
- [Ben Hamouda *et al.*, 2014] BEN HAMOUDA, L., BENNOUNA, O., AYADI, M. et LANGLOIS, N. (2014). Fuzzy model predictive reconfigurable control for nonlinear systems subject to actuators faults. *In International Conference on Automation and Computing*, pages 140–145, Bedfordshire.
- [Benkhoud et Bouallègue, 2016] BENKHOUD, K. et BOUALLÈGUE, S. (2016). Model predictive control design for a convertible quad tilt-wing uav. *In Control Engineering & Information Technology (CEIT), 2016 4th International Conference on*, pages 1–6. IEEE.
- [Benkhoud et Bouallègue, 2017] BENKHOUD, K. et BOUALLÈGUE, S. (2017). Dynamics modeling and advanced metaheuristics based lqg controller design for a quad tilt wing uav. *International Journal of Dynamics and Control*, pages 1–22.
- [Benlaoukli, 2009] BENLAOUKLI, H. (2009). *Méthodes géométriques pour la construction des ensembles invariants. Application à la faisabilité des lois de commande prédictive*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI.
- [Benson et Baruah, 1973] BENSON, R. S. et BARUAH, P. (1973). Some further tests on a computer program to simulate internal combustion engines. Rapport technique, SAE Technical Paper.
- [Bergsten et Palm, 2000] BERGSTEN, P. et PALM, R. (2000). Tau-luenberger observers for ts fuzzy systems. *In Fuzzy Systems, 2000. FUZZ IEEE 2000. The Ninth IEEE International Conference on*, volume 2, pages 671–676. IEEE.
- [Bergsten *et al.*, 2001] BERGSTEN, P., PALM, R. et DRIANKOV, D. (2001). Fuzzy observers. *In Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on*, volume 2, pages 700–703. IEEE.

- [Bergsten *et al.*, 2002] BERGSTEN, P., PALM, R. et DRIANKOV, D. (2002). Observers for takagi-sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 32(1):114–121.
- [Bezzaoucha, 2013] BEZZAOUCHA, S. (2013). *Commande tolérante aux défauts de systèmes non linéaires représentés par des modèles de Takagi-Sugeno*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine.
- [Bhattacharya et Chakraborty, 2011] BHATTACHARYA, A. et CHAKRABORTY, C. (2011). A shunt active power filter with enhanced performance using ann-based predictive and adaptive controllers. *IEEE transactions on industrial electronics*, 58(2):421–428.
- [Bhowmik *et al.*, 2018] BHOWMIK, S., PAUL, A., PANUA, R., GHOSH, S. K. et DEBROY, D. (2018). Performance-exhaust emission prediction of diesosenol fueled diesel engine : An ann coupled morsm based optimization. *Energy*.
- [Birudula *et al.*, 2017] BIRUDULA, A., KESAVARAPU, A., CHELLIAH, T., KHARE, D. et RAMESH, U. (2017). Optimization with load prediction in asynchronous generator driven tugboat propulsion system. In *Transportation Electrification Conference (ITEC-India), 2017 IEEE*, pages 1–6. IEEE.
- [Bordons et Camacho, 1998] BORDONS, C. et CAMACHO, E. F. (1998). A generalized predictive controller for a wide class of industrial processes. *IEEE Transactions on control systems technology*, 6(3):372–387.
- [Borman, 1964] BORMAN, G. L. (1964). *Mathematical simulation of internal combustion engine processes and performance including comparisons with experiment*. UMI.
- [Bouallegue et Benkhoud, 2016] BOUALLEGUE, S. et BENKHOUD, K. (2016). Integral backstepping control prototyping for a quad tilt wing unmanned aerial vehicle. *International Review of Aerospace Engineering (IREASE)*, 9(5):152–161.
- [Boucher et Dumur, 1996] BOUCHER, P. et DUMUR, D. (1996). *La commande prédictive*, volume 8. Editions Technip.
- [Boyd *et al.*, 1994] BOYD, S., EL GHAOU, L., FERON, E. et BALAKRISHNAN, V. (1994). *Linear matrix inequalities in system and control theory*, volume 15. Siam.
- [Boyd et Vandenberghe, 2004] BOYD, S. et VANDENBERGHE, L. (2004). *Convex optimization*. Cambridge university press.
- [Bursali *et al.*, 2001] BURSALI, N., AKAY, B., ERTUNC, S., HAPOGLU, H. et ALPBAS, M. (2001). New tuning method for generalized predictive control of the production of *s. cerevisiae*. *Food and bioproducts processing*, 79(1):27–34.
- [Camacho et Alba, 2013] CAMACHO, E. F. et ALBA, C. B. (2013). *Model predictive control*. Springer Science & Business Media.
- [Campbell, 1960] CAMPBELL, L. L. (1960). Minimum coefficient rate for stationary random processes. *Information and Control*, 3(4):360–371.
- [Cao *et al.*, 1999] CAO, S.-G., REES, N. W. et FENG, G. (1999). Analysis and design of fuzzy control systems using dynamic fuzzy-state space models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 7(2):192–200.
- [Cao *et al.*, 1998] CAO, Y.-Y., LAM, J. et SUN, Y.-X. (1998). Static output feedback stabilization : an ilmi approach. *Automatica*, 34(12):1641–1645.

- [Cazy, 2016] CAZY, N. (2016). *Commande prédictive pour la réalisation de tâches d'asservissement visuel successives*. Thèse de doctorat, Rennes 1.
- [Chadli, 2002] CHADLI, M. (2002). *Stabilité et commande de systèmes décrits par des multimodeles : Approche LMI*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL.
- [Chadli et Karimi, 2013] CHADLI, M. et KARIMI, H. R. (2013). Robust observer design for unknown inputs takagi–sugeno models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 21(1):158–164.
- [Chadli et al., 2001a] CHADLI, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2001a). On the stability analysis of multiple model systems. In *Control Conference (ECC), 2001 European*, pages 1894–1899. IEEE.
- [Chadli et al., 2001b] CHADLI, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2001b). Stability and stabilisability of continuous takagi-sugeno systems. In *Journées Doctorales d'Automatique, JDA 2001*, page CDROM.
- [Chadli et al., 2002] CHADLI, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2002). An lmi formulation for output feedback stabilization in multiple model approach. In *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, volume 1, pages 311–316. IEEE.
- [Chang et Lai, 2009] CHANG, Y.-T. et LAI, Y.-S. (2009). Online parameter tuning technique for predictive current-mode control operating in boundary conduction mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(8):3214–3221.
- [Chauvin et al., 2008] CHAUVIN, J., CORDE, G., PETIT, N. et ROUCHON, P. (2008). Motion planning for experimental airpath control of a diesel homogeneous charge-compression ignition engine. *Control Engineering Practice*, 16(9):1081–1091.
- [Chen et Allgöwer, 1998] CHEN, H. et ALLGÖWER, F. (1998). A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability  $\star$ . *Automatica*, 34(10):1205–1217.
- [Chen et Saif, 2007] CHEN, W. et SAIF, M. (2007). Design of a ts based fuzzy nonlinear unknown input observer with fault diagnosis applications. In *American Control Conference, 2007. ACC'07*, pages 2545–2550. IEEE.
- [Ciarlet, 1982] CIARLET, P. G. (1982). Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation.
- [Cichy et Konczakowski, 2001] CICHY, M. et KONCZAKOWSKI, M. (2001). Bond graph model of the ic engine as an element of energetic systems. *Mechanism and Machine Theory*, 36(6):683–687.
- [Clarke, 1988] CLARKE, D. W. (1988). Application of generalized predictive control to industrial processes. *IEEE Control systems magazine*, 8(2):49–55.
- [Clarke et al., 1987] CLARKE, D. W., MOHTADI, C. et TUFFS, P. (1987). Generalized predictive control part 1. the basic algorithm. *Automatica*, 23(2):137–148.
- [Courtial et al., 2004] COURTIAL, E., DUFOUR, P. et TOURÉ, Y. (2004). Commande prédictive non linéaire sous contraintes : une condition de faisabilité. *e-STA Sciences et Technologies de l'Automatique*, 1(4): ISSN–1954.
- [Csekő et al., 2015] CSEKŐ, L. H., KVASNICA, M. et LANTOS, B. (2015). Explicit mpc-based rbf neural network controller design with discrete-time actual kalman filter for semiactive suspension. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(5):1736–1753.

- [Cutler et Ramaker, 1980] CUTLER, C. R. et RAMAKER, B. L. (1980). Dynamic matrix control?? a computer control algorithm. *In joint automatic control conference*, numéro 17, page 72.
- [Dabo, 2010] DABO, M. (2010). *Commande prédictive généralisée non linéaire à temps continu des systèmes complexes*. Thèse de doctorat, Université de Rouen.
- [Dahunsi et al., 2009] DAHUNSI, O., PEDRO, J. et NYANDORO, O. (2009). Neural network-based model predictive control of a servo-hydraulic vehicle suspension system. *In AFRICON 2009*, pages 1–6. IEEE.
- [Darouach et al., 1994] DAROUACH, M., ZASADZINSKI, M. et XU, S. J. (1994). Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE transactions on automatic control*, 39(3):606–609.
- [De Keyser, 2009] DE KEYSER, R. (2009). Model based predictive control for linear systems. *Control Systems, Robotics and Automation—Volume XI : Advanced Control Systems-V*, page 24.
- [De Keyser et Van Cauwenberghe, 1981] DE KEYSER, R. M. et VAN CAUWENBERGHE, A. R. (1981). A self-tuning multistep predictor application. *Automatica*, 17(1):167–174.
- [De Larminat, 2013] DE LARMINAT, P. (2013). *Analysis and Control of Linear Systems*. John Wiley & Sons.
- [de Rochas, 1862] de ROCHAS, A. B. (1862). *Nouvelles recherches sur les conditions pratiques de plus grande utilisation de la chaleur et : en général, de la force motrice, avec application au chemin de fer et à la navigation*.
- [Deacon et al., 1999] DEACON, M., BRACE, C. J., VAUGHAN, N., BURROWS, C. R. et HORROCKS, R. (1999). Impact of alternative controller strategies on exhaust emissions from an integrated diesel/continuously variable transmission powertrain. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 213(2):95–107.
- [Decell, 1965] DECELL, Jr, H. P. (1965). An application of the cayley-hamilton theorem to generalized matrix inversion. *SIAM review*, 7(4):526–528.
- [Di Cairano et Bemporad, 2010] DI CAIRANO, S. et BEMPORAD, A. (2010). Model predictive control tuning by controller matching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(1):185–190.
- [Dimitrov et al., 2011] DIMITROV, D., SHERIKOV, A. et WIEBER, P.-B. (2011). A sparse model predictive control formulation for walking motion generation. *In Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 2292–2299. IEEE.
- [Dinh et al., 2011] DINH, Q. T., SAVORGNAN, C. et DIEHL, M. (2011). Real-time sequential convex programming for nonlinear model predictive control and application to a hydro-power plant. *In Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pages 5905–5910. IEEE.
- [Djeghaba, 2012] DJEGHABA, M. (2012). *Modélisation multimodèle et commande prédictive d’une station d’épuration*. Thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar-Annaba.
- [Djemili, 2012] DJEMILI, I. (2012). *Contribution au diagnostic et à la commande tolérante aux fautes des moteurs Diesel*. Thèse de doctorat, Lille 1.

- [Djemili *et al.*, 2012a] DJEMILI, I., AITOUCHE, A. et COCQUEMPOT, V. (2012a). Fault tolerant control of internal combustion engine subject to intake manifold leakage. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(20): 600–605.
- [Djemili *et al.*, 2012b] DJEMILI, I., BOULKROUNE, B., AITOUCHE, A. et COCQUEMPOT, V. (2012b). Nonlinear unknown input observer for intake leakage estimation in diesel engines. *In Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, pages 978–983. IEEE.
- [Djemili *et al.*, 2012c] DJEMILI, I., WANG, H., AITOUCHE, A., COCQUEMPOT, V., BOSCHE, J. et EL HAJJAJI, A. (2012c). Control strategy for the air path dynamic system. *In Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, pages 990–995. IEEE.
- [Dorado *et al.*, 2003] DORADO, M., BALLESTEROS, E., ARNAL, J., GOMEZ, J. et LOPEZ, F. (2003). Exhaust emissions from a diesel engine fueled with transesterified waste olive oil  $\star$ . *Fuel*, 82(11):1311–1315.
- [Dos Santos Coelho et Krohling, 2005] DOS SANTOS COELHO, L. et KROHLING, R. A. (2005). Predictive controller tuning using modified particle swarm optimization based on cauchy and gaussian distributions. *In Soft computing : methodologies and applications*, pages 287–298. Springer.
- [Duan et Yu, 2013] DUAN, G.-R. et YU, H.-H. (2013). *LMI in control systems : analysis, design and applications*. CRC press.
- [Dubey *et al.*, 2018] DUBEY, A., JAIN, M. S., GUPTA, A. K. et DOLE, M. M. (2018). Experimental analysis on diesel engine using  $al_2o_3$  nano particles with hybrid biodiesel.
- [Dumur *et al.*, 2000] DUMUR, D., BOUCHER, P. et RAMOND, G. (2000). Direct adaptive generalized predictive control application to motor drives with flexible modes. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 49(1):271–274.
- [Durand, 2002] DURAND, J.-F. (2002). Éléments de calcul matriciel et d'analyse factorielle de données. *Cours polycopié, Département de Mathématiques, Université Montpellier II*.
- [Ebrahimi *et al.*, 2015] EBRAHIMI, Z., BAGHERI, P. et KHAKI-SEDIGH, A. (2015). Tuning of generalized predictive controllers for first order plus dead time models based on anova. *In 2015 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering*, pages 928–933. IEEE.
- [EL-Seesy *et al.*, 2018] EL-SEESY, A. I., HASSAN, H. et OOKAWARA, S. (2018). Performance, combustion, and emission characteristics of a diesel engine fueled with jatropha methyl ester and graphene oxide additives. *Energy Conversion and Management*, 166:674–686.
- [Falcone *et al.*, 2007] FALCONE, P., BORRELLI, F., ASGARI, J., TSENG, H. E. et HROVAT, D. (2007). Predictive active steering control for autonomous vehicle systems. *IEEE Transactions on control systems technology*, 15(3):566–580.
- [Filatova *et al.*, 2017] FILATOVA, E. S., DEVYATKIN, A. V. et FRIDRIX, A. I. (2017). Uav fuzzy logic stabilization system. *In 2017 IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM)*, pages 132–134.
- [Fleming et Purshouse, 2002] FLEMING, P. J. et PURSHOUSE, R. C. (2002). Evolutionary algorithms in control systems engineering : a survey. *Control engineering practice*, 10(11):1223–1241.



- [Fletcher, 1981] FLETCHER, R. (1981). Practical methods of optimization : Vol. 2 : Constrained optimization. JOHN WILEY & SONS, INC., ONE WILEY DR., SOMERSET, N. J. 08873, 1981, 224.
- [Fogel, 2006] FOGEL, D. B. (2006). *Evolutionary computation : toward a new philosophy of machine intelligence*, volume 1. John Wiley & Sons.
- [Garcia et al., 1989] GARCIA, C. E., PRETT, D. M. et MORARI, M. (1989). Model predictive control : theory and practice-a survey. *Automatica*, 25(3):335–348.
- [Garriga et Soroush, 2008] GARRIGA, J. L. et SOROUSH, M. (2008). Model predictive controller tuning via eigenvalue placement. In *2008 American Control Conference*, pages 429–434. IEEE.
- [Garriga et Soroush, 2010] GARRIGA, J. L. et SOROUSH, M. (2010). Model predictive control tuning methods : A review. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 49(8):3505–3515.
- [Gasso, 2000] GASSO, K. (2000). *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle*. Thèse de doctorat, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL.
- [Gerksic et Pregelj, 2012] GERKSIC, S. et PREGELJ, B. (2012). Tuning of a tracking multi-parametric predictive controller using local linear analysis. *IET control theory & applications*, 6(5):669–679.
- [Gholaminejad et al., 2016] GHOLAMINEJAD, T., KHAKI-SEDIGH, A. et BAGHERI, P. (2016). Adaptive tuning of model predictive control based on analytical results. In *2016 4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA)*, pages 226–232. IEEE.
- [Glover et Doyle, 1988] GLOVER, K. et DOYLE, J. C. (1988). State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $h$  infinity-norm bound and relations to relations to risk sensitivity. *Systems & Control Letters*, 11(3):167–172.
- [Godfrin, 1991] GODFRIN, E. M. (1991). A method to compute the inverse of an  $n$ -block tridiagonal quasi-hermitian matrix. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 3(40):7843.
- [Goldar et al., 2014] GOLDAR, A., REVOLLAR, S., LAMANNA, R. et VEGA, P. (2014). Neural-mpc for  $n$ -removal in activated-sludge plants. In *Control Conference (ECC), 2014 European*, pages 808–813. IEEE.
- [Granado, 2004] GRANADO, E. (2004). *Commande prédictive à base de programmation semi définie*. Thèse de doctorat, INSA de Toulouse.
- [Greco et al., 1984] GRECO, C., MENGA, G., MOSCA, E. et ZAPPA, G. (1984). Performance improvements of self-tuning controllers by multistep horizons : The musmar approach. *Automatica*, 20(5):681–699.
- [Grondin, 2004] GRONDIN, O. (2004). *Modélisation du moteur à allumage par compression dans la perspective du contrôle et du diagnostic*. Thèse de doctorat, Rouen.
- [Grosso et al., 2012] GROSSO, J., OCAMPO-MARTÍNEZ, C. et PUIG, V. (2012). Adaptive multilevel neuro-fuzzy model predictive control for drinking water networks. In *Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, pages 1548–1553. IEEE.
- [Guermouche et al., 2015] GUERMOUCHE, M., ALI, S. A. et LANGLOIS, N. (2015). Super-twisting algorithm for dc motor position control via disturbance observer. *IFAC-PapersOnLine*, 48(30):43–48.
- [Guermouche et al., 2018] GUERMOUCHE, M., ALI, S. A. A. et LANGLOIS, N. (2018). Adaptive super twisting extended state observer based sliding mode control for diesel engine air path subject to matched and unmatched disturbance. *Mathematics and Computers in Simulation*.

- [Guerra *et al.*, 2006] GUERRA, T.-M., KRUSZEWSKI, A., VERMEIREN, L. et TIRMANT, H. (2006). Conditions of output stabilization for nonlinear models in the takagi–sugeno’s form. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(9):1248–1259.
- [Guerra et Vermeiren, 2001] GUERRA, T. M. et VERMEIREN, L. (2001). Control laws for takagi–sugeno fuzzy models. *Fuzzy sets and systems*, 120(1):95–108.
- [Gupta *et al.*, 2015] GUPTA, R., KALABIĆ, U. V., DI CAIRANO, S., BLOCH, A. M. et KOLMANOVSKY, I. V. (2015). Constrained spacecraft attitude control on so (3) using fast nonlinear model predictive control. *In American Control Conference (ACC), 2015*, pages 2980–2986. IEEE.
- [Gutiérrez-Urquidez *et al.*, 2015a] GUTIÉRREZ-URQUÍDEZ, R., VALENCIA-PALOMO, G., RODRÍGUEZ-ELIAS, O. M. et TRUJILLO, L. (2015a). Systematic selection of tuning parameters for efficient predictive controllers using a multiobjective evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing*, 31:326–338.
- [Gutiérrez-Urquidez *et al.*, 2015b] GUTIÉRREZ-URQUÍDEZ, R., VALENCIA-PALOMO, G., RODRÍGUEZ-ELIAS, O. M. et TRUJILLO, L. (2015b). Systematic selection of tuning parameters for efficient predictive controllers using a multiobjective evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing*, 31:326–338.
- [Haber *et al.*, 1997] HABER, R., BARS, R. et ABUFARIS, A. (1997). Suboptimal and optimal extended horizon predictive control of the hammerstein model. *In Control Conference (ECC), 1997 European*, pages 2749–2754. IEEE.
- [Haber *et al.*, 2004] HABER, R., SCHMITZ, U. et BARS, R. (2004). Optimal choice of horizons for predictive control by using genetic algorithms. *Annual reviews in control*, 28(1):53–58.
- [Han et Qiao, 2014] HAN, H. et QIAO, J. (2014). Nonlinear model-predictive control for industrial processes : An application to wastewater treatment process. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(4):1970–1982.
- [Han *et al.*, 2016] HAN, H.-G., ZHANG, L., HOU, Y. et QIAO, J.-F. (2016). Nonlinear model predictive control based on a self-organizing recurrent neural network. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 27(2):402–415.
- [Han *et al.*, 2006] HAN, K., ZHAO, J. et QIAN, J. (2006). A novel robust tuning strategy for model predictive control. *In 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, volume 2, pages 6406–6410. IEEE.
- [Haras *et al.*, 2017] HARAS, M., BHATTI, A. I. et LIAQUAT, M. (2017). Egr-vgt equipped heavy duty diesel engine calibration and air path control for optimized nitric oxide (no x) emissions. *In Control Conference (ASCC), 2017 11th Asian*, pages 2646–2651. IEEE.
- [Hartley et Maciejowski, 2009] HARTLEY, E. N. et MACIEJOWSKI, J. M. (2009). Initial tuning of predictive controllers by reverse engineering. *In Control Conference (ECC), 2009 European*, pages 725–730. IEEE.
- [He *et al.*, 2015] HE, N., SHI, D., WANG, J., FORBES, M., BACKSTROM, J. et CHEN, T. (2015). Automated two-degree-of-freedom model predictive control tuning. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 54(43):10811–10824.
- [Heath, 2002] HEATH, M. T. (2002). *Scientific computing : an introductory survey*, volume 2. McGraw-Hill New York.

- [Heywood *et al.*, 1988] HEYWOOD, J. B. *et al.* (1988). Internal combustion engine fundamentals.
- [Huang et Nguang, 2007] HUANG, D. et NGUANG, S. K. (2007). Static output feedback controller design for fuzzy systems : An ilmi approach. *Information Sciences*, 177(14):3005–3015.
- [Huang et Lewis, 2003] HUANG, J.-Q. et LEWIS, F. L. (2003). Neural-network predictive control for nonlinear dynamic systems with time-delay. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 14(2):377–389.
- [Huang et Jadbabaie, 1999] HUANG, Y. et JADBABAIE, A. (1999). Nonlinear h infinity control an enhanced quasi-lpv approach. *IFAC Proceedings Volumes*, 32(2):2754–2759.
- [Huo et Yan, 2018] HUO, Y. et YAN, F. (2018). A predictive energy management strategy for hybrid electric powertrain with a turbocharged diesel engine. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 140(6):061017.
- [Ichalal, 2009] ICHALAL, D. (2009). *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL.
- [Ichalal *et al.*, 2012] ICHALAL, D., MARX, B., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2012). Nonlinear observer based sensor fault tolerant control for nonlinear systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(20):1053–1058.
- [Ichalal *et al.*, 2009a] ICHALAL, D., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2009a). Simultaneous state and unknown inputs estimation with pi and pmi observers for takagi sugeno model with unmeasurable premise variables. *In Control and Automation, 2009. MED'09. 17th Mediterranean Conference on*, pages 353–358. IEEE.
- [Ichalal *et al.*, 2009b] ICHALAL, D., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2009b). State estimation of nonlinear systems using multiple model approach. *In American Control Conference, 2009. ACC'09.*, pages 4636–4641. IEEE.
- [Ichalal *et al.*, 2010] ICHALAL, D., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2010). State estimation of takagi-sugeno systems with unmeasurable premise variables. *IET Control Theory & Applications*, 4(5):897–908.
- [Iglesias *et al.*, 2006] IGLESIAS, E. J., SANJUÁN, M. E. et SMITH, C. A. (2006). Tuning equation ford dynamic matrix control in siso loops. *Ingeniería y desarrollo*, (19).
- [Ikeda *et al.*, 2012] IKEDA, Y., NAKAJIMA, T. et CHIDA, Y. (2012). Attitude control of spacecraft by nmpc with consideration of singularity avoidance of cmg. *In Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on*, pages 1733–1739. IEEE.
- [Jahagirdar et Dan, 2015] JAHAGIRDAR, A. C. et DAN, T. K. (2015). Effect of tuning parameters on performance of first-order plus dead-time processes using generalized predictive control. *In Industrial Instrumentation and Control (ICIC), 2015 International Conference on*, pages 692–696. IEEE.
- [Jankovic et Kolmanovsky, 2000a] JANKOVIC, M. et KOLMANOVSKY, I. (2000a). Constructive lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(2):288–299.
- [Jankovic et Kolmanovsky, 2000b] JANKOVIC, M. et KOLMANOVSKY, I. (2000b). Constructive lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(2):288–299.

- [Jankovic et Kolmanovsky, 2000c] JANKOVIC, M. et KOLMANOVSKY, I. (2000c). Constructive lyapunov control design for turbocharged diesel engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(2):288–299.
- [Jiang et al., 2017] JIANG, Z., WANG, Q. et LI, Y. (2017). Generalized predictive control of deep actuator based on rbf. In *Control Conference (ASCC), 2017 11th Asian*, pages 1632–1637. IEEE.
- [Johansen et al., 2000] JOHANSEN, T. A., SHORTEN, R. et MURRAY-SMITH, R. (2000). On the interpretation and identification of dynamic takagi-sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy systems*, 8(3): 297–313.
- [Johansson, 1999] JOHANSSON, M. (1999). *Piecewise linear control systems*. Thèse de doctorat, Ph. D. Thesis, Lund Institute of Technology, Sweden.
- [Johnson, 2008] JOHNSON, B. T. (2008). Diesel engine emissions and their control. *Platinum Metals Review*, 52(1):23–37.
- [Kalabic et al., 2014] KALABIC, U., GUPTA, R., DI CAIRANO, S., BLOCH, A. et KOLMANOVSKY, I. (2014). Constrained spacecraft attitude control on so (3) using reference governors and nonlinear model predictive control. In *American Control Conference (ACC), 2014*, pages 5586–5593. IEEE.
- [Kamidi et al., 2000] KAMIDI, R., KOK, J., van de MOLENGRAFT (MJG) et ANGELIS, G. (2000). *Controllability and observability of polytopic linear models*. Technische Universiteit Eindhoven.
- [Kar, 1999] KAR, I. (1999). Design of static output feedback controller for uncertain systems. *Automatica*, 35(1):169–175.
- [Kau et al., 2007] KAU, S.-W., LEE, H.-J., YANG, C.-M., LEE, C.-H., HONG, L. et FANG, C.-H. (2007). Robust h infinity fuzzy static output feedback control of ts fuzzy systems with parametric uncertainties. *Fuzzy sets and systems*, 158(2):135–146.
- [Kerrigan et Maciejowski, 2000] KERRIGAN, E. C. et MACIEJOWSKI, J. M. (2000). Soft constraints and exact penalty functions in model predictive control.
- [Khan et Rossiter, 2013] KHAN, B. et ROSSITER, J. (2013). Alternative parameterisation within predictive control : a systematic selection. *International Journal of Control*, 86(8):1397–1409.
- [Khan et al., 2003] KHAN, M. K., GOH, K. B. et SPURGEON, S. K. (2003). Second order sliding mode control of a diesel engine. *Asian Journal of Control*, 5(4):614–619.
- [Kim et Lee, 2000] KIM, E. et LEE, H. (2000). New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy systems*, 8(5):523–534.
- [Kim et al., 2017] KIM, H., PARK, J. et JOO, Y. (2017). A systematic approach to fuzzy-model-based robust  $\mathcal{H}_\infty$  control design for a quadrotor uav under imperfect premise matching. *International Journal of Fuzzy Systems*, 19:1227–1237.
- [Koenemann et al., 2015] KOENEMANN, J., DEL PRETE, A., TASSA, Y., TODOROV, E., STASSE, O., BENNEWITZ, M. et MANSARD, N. (2015). Whole-body model-predictive control applied to the hrp-2 humanoid. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2015 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 3346–3351. IEEE.

- [Konak *et al.*, 2006] KONAK, A., COIT, D. W. et SMITH, A. E. (2006). Multi-objective optimization using genetic algorithms : A tutorial. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(9):992–1007.
- [Kruszewski, 2006] KRUSZEWSKI, A. (2006). *Lois de commande pour une classe de modèles non linéaires sous la forme Takagi-Sugeno : Mise sous forme LMI*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis.
- [Langlois, 2008] LANGLOIS, N. (2008). *Contribution à la modélisation et à la commande avancée des moteurs Diesel Composition du Jury*. Thèse de doctorat, Université de Rouen, France.
- [Lapuerta *et al.*, 2008] LAPUERTA, M., ARMAS, O. et RODRIGUEZ-FERNANDEZ, J. (2008). Effect of biodiesel fuels on diesel engine emissions. *Progress in energy and combustion science*, 34(2):198–223.
- [Laurí *et al.*, 2010] LAURÍ, D., ROSSITER, J. A., SANCHIS, J. et MARTÍNEZ, M. (2010). Data-driven latent-variable model-based predictive control for continuous processes. *Journal of Process Control*, 20(10):1207–1219.
- [Layerle *et al.*, 2008] LAYERLE, K., LANGLOIS, N. et CHAFOUK, H. (2008). Design of reconfigurable predictive control applied to the air path of a diesel engine. *In United Kingdom Automatic Control Conference*.
- [Lazar *et al.*, 2005] LAZAR, C., VRABIE, D. et CARARI, S. (2005). A neuro-predictive based self-tuning controller. *In 2005 International Conference on Control and Automation*, volume 1, pages 634–639. IEEE.
- [Lee et Kim, 2014] LEE, H. et KIM, H. J. (2014). Robust control of a quadrotor using takagi-sugeno fuzzy model and an lmi approach. *In 2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014)*, pages 370–374.
- [Lee et Yu, 1994] LEE, J. et YU, Z. (1994). Tuning of model predictive controllers for robust performance. *Computers & chemical engineering*, 18(1):15–37.
- [Leith et Leithead, 2002] LEITH, D. et LEITHEAD, W. (2002). Global reconstruction of nonlinear systems from families of linear systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 35(1):435–440.
- [Li, 2006] LI, Q.-A. (2006). Fast algorithm for adaptive multivariable generalized predictive control. *In IECON 2006-32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, pages 377–382. IEEE.
- [Li et Wang, 2004] LI, Q.-A. et WANG, S.-Q. (2004). Fast algorithm for adaptive generalized predictive control based on bp neural networks. *In Machine Learning and Cybernetics, 2004. Proceedings of 2004 International Conference on*, volume 2, pages 738–743. IEEE.
- [Lin *et al.*, 2005] LIN, C., WANG, Q.-G. et LEE, T. H. (2005). Improvement on observer-based h infinie control for t-s fuzzy systems. *Automatica*, 41(9):1651–1656.
- [Liu et Wang, 2000] LIU, W. et WANG, G. (2000). Auto-tuning procedure for model-based predictive controller. *In Systems, Man, and Cybernetics, 2000 IEEE International Conference on*, volume 5, pages 3421–3426. IEEE.
- [Lo et Lin, 2003] LO, J.-C. et LIN, M.-L. (2003). Robust h/sub/spl infin//nonlinear control via fuzzy static output feedback. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, 50(11):1494–1502.

- [Lofberg, 2004] LOFBERG, J. (2004). Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. In *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, pages 284–289. IEEE.
- [Long et al., 2017] LONG, H. Đ., THANH, N. V., TIÁ°;N, N. D. et TUÁ°;N, P. M. (2017). Experimental study on using compressed natural gas (cng) in current diesel engines. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE)-NUCE*, 11(4):5–10.
- [Luenberger, 1971] LUENBERGER, D. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on automatic control*, 16(6):596–602.
- [Luenberger et al., 1984] LUENBERGER, D. G., YE, Y. et al. (1984). *Linear and nonlinear programming*, volume 2. Springer.
- [MacArthur, 1996] MACARTHUR, J. W. (1996). Rmpct : A new robust approach to multivariable predictive control for the process industries. In *The 1996 Control Systems Conference*, pages 53–60.
- [Maciejowski, 2007] MACIEJOWSKI, J. (2007). Reverse-engineering existing controllers for mpc design. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(20):436–441.
- [Maciejowski, 2002] MACIEJOWSKI, J. M. (2002). *Predictive control : with constraints*. Pearson education.
- [Mamboundou, 2013] MAMBOUNDOU, J. (2013). *Commande prédictive à base d'état adaptive indirecte supervisée par la logique floue*. Thèse de doctorat, Rouen.
- [Mamboundou et Langlois, 2011] MAMBOUNDOU, J. et LANGLOIS, N. (2011). Indirect adaptive model predictive control supervised by fuzzy logic. In *Fuzzy Systems (FUZZ), 2011 IEEE International Conference on*, pages 2979–2986. IEEE.
- [Mamboundou et Langlois, 2012] MAMBOUNDOU, J. et LANGLOIS, N. (2012). Robustness analysis of indirect adaptive model predictive control supervised by fuzzy logic. In *Industrial Technology (ICIT), 2012 IEEE International Conference on*, pages 284–291. IEEE.
- [Mao et al., 2015] MAO, X., ZHANG, H. et HAN, D. (2015). T-s fuzzy control for a quad-rotor uav. In *2015 34th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 3617–3622.
- [Marx et al., 2007] MARX, B., KOENIG, D. et RAGOT, J. (2007). Design of observers for takagi–sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory & Applications*, 1(5):1487–1495.
- [Min et al., 2018] MIN, K., SUNWOO, M. et HAN, M. (2018). Iterative learning control algorithm for feedforward controller of egr and vgt systems in a crdi diesel engine. *International Journal of Automotive Technology*, 19(3):433–442.
- [Mirzaei et al., 2012] MIRZAEI, M., POULSEN, N. K. et NIEMANN, H. H. (2012). Robust model predictive control of a wind turbine. In *American Control Conference (ACC), 2012*, pages 4393–4398. IEEE.
- [Mofijur et al., 2016] MOFIJUR, M., RASUL, M., HYDE, J., AZAD, A., MAMAT, R. et BHUIYA, M. (2016). Role of biofuel and their binary (diesel–biodiesel) and ternary (ethanol–biodiesel–diesel) blends on internal combustion engines emission reduction. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 53:265–278.
- [Moon et al., 2005] MOON, S.-M., CLARK, R. et COLE, D. (2005). The recursive generalized predictive feedback control : theory and experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 279(1):171–199.

- [Morari, 1993] MORARI, M. (1993). Model predictive control : multivariable control technique of choice in the 1990s?
- [Morère, 2001] MORÈRE, Y. (2001). *Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno*. Thèse de doctorat, Valenciennes.
- [Murtaza et al., 2017a] MURTAZA, G., BHATTI, A. I. et BUTT, Y. A. (2017a). Super twisting controller-based unified fdi and ftc scheme for air path of diesel engine using the certainty equivalence principle. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, page 0954407017732860.
- [Murtaza et al., 2017b] MURTAZA, G., BHATTI, A. I., BUTT, Y. A. et ANJUM, R. (2017b). Ftc for air path actuators of a diesel engine using vgsta. *In Emerging Technologies (ICET), 2017 13th International Conference on*, pages 1–6. IEEE.
- [Naeem et al., 2005] NAEEM, W., SUTTON\*, R., CHUDLEY, J., DALGLEISH, F. et TETLOW, S. (2005). An online genetic algorithm based model predictive control autopilot design with experimental verification. *International Journal of Control*, 78(14):1076–1090.
- [Nagoudi-Layerle, 2011] NAGOUDI-LAYERLE, K. (2011). *Application de la commande prédictive reconfigurable sur le circuit d'air du moteur Diesel*. Thèse de doctorat, Rouen.
- [Nagy et al., 2010] NAGY, A. M., MOUROT, G., SCHUTZ, G. et RAGOT, J. (2010). Modélisation d'un réacteur biologique à l'aide d'une structure multimodèle. méthode analytique d'obtention d'un multimodèle. *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, 44(4-5):423–443.
- [Neshasteriz et al., 2010] NESHASTERIZ, A. R., KHAKI-SEDIGH, A. et SADJADIAN, H. (2010). An analysis of variance approach to tuning of generalized predictive controllers for second order plus dead time models. *In Control and Automation (ICCA), 2010 8th IEEE International Conference on*, pages 1059–1064. IEEE.
- [Nguyen, 2012] NGUYEN, H. N. (2012). *Commande sous contraintes pour des systèmes dynamiques incertains : une approche basée sur l'interpolation*. Thèse de doctorat, Supélec.
- [Ohtake et al., 2003] OHTAKE, H., TANAKA, K. et WANG, H. O. (2003). Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept. *Integrated Computer-Aided Engineering*, 10(4):333–341.
- [Omran, 2007] OMRAN, R. (2007). *Modélisation du moteur diesel, en vue de sa commande dynamique par réseaux de neurones pour minimiser les émissions*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- [Omran et al., 2009] OMRAN, R., YOUNES, R. et CHAMPOUSSIN, J.-C. (2009). Optimal control of a variable geometry turbocharged diesel engine using neural networks : Applications on the etc test cycle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(2):380–393.
- [Orjuela et al., 2008] ORJUELA, R., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2008). State estimation for nonlinear systems using a decoupled multiple model. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 4(1):59–67.
- [Orjuela et al., 2009] ORJUELA, R., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2009). Observer design for nonlinear systems described by multiple models. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(8):18–23.

- [Ortiz-Torres *et al.*, 2016] ORTIZ-TORRES, G., LOPEZ-ESTRADA, F., REYES-REYES, J., GARCIA-BELTRAN, C. et THEILLIOL, D. (2016). An actuator fault detection and isolation method design for planar vertical take-off and landing unmanned aerial vehicle modelled as a qlpv system. *IFAC-PapersOnLine*, 49(5): 272–277. 4th IFAC Conference on Intelligent Control and Automation Sciences ICONS 2016.
- [Oudghiri, 2008] OUDGHIRI, M. (2008). *Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. Thèse de doctorat, Université de Picardie Jules Verne.
- [Oudghiri *et al.*, 2007] OUDGHIRI, M., CHADLI, M. et EL HAJJAJI, A. (2007). One-step procedure for robust output h8 fuzzy control. In *Control & Automation, 2007. MED'07. Mediterranean Conference on*, pages 1–6. IEEE.
- [Parlos *et al.*, 2001] PARLOS, A. G., PARTHASARATHY, S. et ATIYA, A. F. (2001). Neuro-predictive process control using online controller adaptation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9(5): 741–755.
- [Patton *et al.*, 1998] PATTON, R., CHEN, J. et LOPEZ-TORIBIO, C. (1998). Fuzzy observers for nonlinear dynamic systems fault diagnosis. In *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, volume 1, pages 84–89. IEEE.
- [Petersen *et al.*, 2008] PETERSEN, K. B., PEDERSEN, M. S. *et al.* (2008). The matrix cookbook. *Technical University of Denmark*, 7(15):510.
- [Petr et Kashyapa, 2016] PETR, H. et KASHYAPA, N. (2016). Aircraft longitudinal motion control based on takagi-sugeno fuzzy model. *Applied Soft Computing*, 49:269–278.
- [Pirouzmand et Ghahramani, 2013] PIROUZMAND, F. et GHAHRAMANI, N. O. (2013). Robust model predictive control based on mras for satellite attitude control system. In *Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA), 2013 3rd International Conference on*, pages 53–58. IEEE.
- [Qi et Fisher, 1994] QI, Z. K. et FISHER, D. G. (1994). Robust stability of model predictive control. In *American Control Conference, 1994*, volume 3, pages 3258–3262. IEEE.
- [Qin et Badgwell, 1997] QIN, S. J. et BADGWELL, T. A. (1997). An overview of industrial model predictive control technology. In *AIChE Symposium Series*, volume 93, pages 232–256. New York, NY : American Institute of Chemical Engineers, 1971-c2002.
- [Qin et Badgwell, 2000] QIN, S. J. et BADGWELL, T. A. (2000). An overview of nonlinear model predictive control applications. In *Nonlinear model predictive control*, pages 369–392. Springer.
- [Qin et Badgwell, 2003] QIN, S. J. et BADGWELL, T. A. (2003). A survey of industrial model predictive control technology. *Control engineering practice*, 11(7):733–764.
- [Raja *et al.*, 2018] RAJA, D. E., SAKTHIVEL, D., NAGARAJAN, G. et MUKESH, T. (2018). Experimental investigation of diesel hcci combustion by external mixture formation using exhaust gas energy.
- [Rani et Unbehauen, 1997] RANI, K. Y. et UNBEHAUEN, H. (1997). Study of predictive controller tuning methods. *Automatica*, 33(12):2243–2248.



- [Richalet *et al.*, 1987] RICHALET, J., el ATA-DOSS, S. A., ARBER, C., KUNTZE, H., JACUBASCH, A. et SCHILL, W. (1987). Predictive functional control-application to fast and accurate robots. *IFAC Proceedings Volumes*, 20(5):251–258.
- [Richalet *et al.*, 1978] RICHALET, J., RAULT, A., TESTUD, J. et PAPON, J. (1978). Model predictive heuristic control. *Automatica (Journal of IFAC)*, 14(5):413–428.
- [Rodrigues *et al.*, 2002] RODRIGUES, J., TOLEDO, E. C. V. d. et MACIEL FILHO, R. (2002). A tuned approach of the predictive-adaptive gpc controller applied to a fed-batch bioreactor using complete factorial design. *Computers & chemical engineering*, 26(10):1493–1500.
- [Rodrigues, 2005] RODRIGUES, M. (2005). *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré-Nancy I.
- [Rodrigues *et al.*, 2008] RODRIGUES, M., THEILLIOL, D., ADAM-MEDINA, M. et SAUTER, D. (2008). A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models. *Control Engineering Practice*, 16(2):225–239.
- [Rodrigues et Odloak, 2003] RODRIGUES, M. A. et ODLOAK, D. (2003). An infinite horizon model predictive control for stable and integrating processes. *Computers & chemical engineering*, 27(8): 1113–1128.
- [Rojas *et al.*, 2004] ROJAS, O. J., GOODWIN, G. C., SERÓN, M. M. et FEUER, A. (2004). An svd based strategy for receding horizon control of input constrained linear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 14(13-14):1207–1226.
- [Rossiter, 2003] ROSSITER, J. A. (2003). *Model-based predictive control : a practical approach*. CRC press.
- [Rotella et Borne, 1995] ROTELLA, F. et BORNE, P. (1995). *Théorie et pratique du calcul matriciel*, volume 6. Editions technip.
- [Rousseau, 1974] ROUSSEAU, J. (1974). Traitement du cas d'un moteur 4 temps par la méthode des caractéristiques. *Comparaison expérience-calcul pour un monocylindre*. SIA, (4).
- [Roweis, 1999] ROWEIS, S. (1999). Matrix identities. *Note available on the internet (May 20, 2004) at <http://www.cs.toronto.edu/roweis/notes/matrixid.pdf>*.
- [Roy et Vetterli, 2007] ROY, O. et VETTERLI, M. (2007). The effective rank a measure of effective dimensionality. In *Signal Processing Conference, 2007 15th European*, pages 606–610. IEEE.
- [Rückert *et al.*, 2004] RÜCKERT, J., RICHERT, F., SCHLOßER, A., ABEL, D., HERRMANN, O., PISCHINGER, S. et PFEIFER, A. (2004). A model based predictive attempt to control boost pressure and egr-rate in a heavy duty diesel engine. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(22):111–117.
- [Sala, 2009] SALA, A. (2009). On the conservativeness of fuzzy and fuzzy-polynomial control of nonlinear systems. *Annual Reviews in Control*, 33(1):48–58.
- [Sankar *et al.*, 2017] SANKAR, G. S., SHEKHAR, R. C., MANZIE, C. et NAKADA, H. (2017). Efficient calibration of real-time model-based controllers for diesel engines-part ii : Incorporating practical robustness guarantees. In *Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on*, pages 849–854. IEEE.

- [Sankar *et al.*, 2018] SANKAR, G. S., SHEKHAR, R. C., MANZIE, C., SANO, T. et NAKADA, H. (2018). Fast calibration of a robust model predictive controller for diesel engine airpath. *arXiv preprint arXiv :1804.06161*.
- [Sarhadi *et al.*, 2012] SARHADI, P., SALAHSHOOR, K. et KHAKI-SEDIGH, A. (2012). Robustness analysis and tuning of generalized predictive control using frequency domain approaches. *Applied Mathematical Modelling*, 36(12):6167–6185.
- [Scattolini et Bittanti, 1990] SCATTOLINI, R. et BITTANTI, S. (1990). On the choice of the horizon in long-range predictive control some simple criteria. *Automatica*, 26(5):915–917.
- [Schwarz *et al.*, 2010] SCHWARZ, M., COX, C. et BÖRCSÖK, J. (2010). A filtered tuning method for a gpc controller. In *Signals and Systems Conference (ISSC 2010), IET Irish*, pages 180–185. IET.
- [Shadmand *et al.*, 2015] SHADMAND, M. B., BALOG, R. S. et RUB, H. A. (2015). Auto-tuning the cost function weight factors in a model predictive controller for a matrix converter var compensator. In *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 3807–3814. IEEE.
- [Shah et Engell, 2010] SHAH, G. et ENGELL, S. (2010). Tuning mpc for desired closed-loop performance for siso systems. In *18th Mediterranean Conference on Control & Automation*, pages 628–633. IEEE.
- [Shah et Engell, 2011] SHAH, G. et ENGELL, S. (2011). Tuning mpc for desired closed-loop performance for mimo systems. In *Proceedings of the 2011 American Control Conference*, pages 4404–4409. IEEE.
- [Shekhar *et al.*, 2017] SHEKHAR, R. C., SANKAR, G. S., MANZIE, C. et NAKADA, H. (2017). Efficient calibration of real-time model-based controllers for diesel engines-part i : Approach and drive cycle results. In *Decision and Control (CDC), 2017 IEEE 56th Annual Conference on*, pages 843–848. IEEE.
- [Shi *et al.*, 2005] SHI, W., YANG, J. et TANG, T. (2005). Rbf nn based marine diesel engine generator modeling. In *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, pages 2745–2749. IEEE.
- [Shi *et al.*, 2006] SHI, X., PANG, X., MU, Y., HE, H., SHUAI, S., WANG, J., CHEN, H. et LI, R. (2006). Emission reduction potential of using ethanol–biodiesel–diesel fuel blend on a heavy-duty diesel engine. *Atmospheric Environment*, 40(14):2567–2574.
- [Shridhar et Cooper, 1997a] SHRIDHAR, R. et COOPER, D. J. (1997a). A novel tuning strategy for multivariable model predictive control. *ISA transactions*, 36(4):273–280.
- [Shridhar et Cooper, 1997b] SHRIDHAR, R. et COOPER, D. J. (1997b). A tuning strategy for unconstrained siso model predictive control. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 36(3):729–746.
- [Skworcow *et al.*, 2010] SKWORCOW, P., ULANICKI, B., ABDELMEGUID, H. et PALUSZCZYSZYN, D. (2010). Model predictive control for energy and leakage management in water distribution systems.
- [Soeterboek, 1992] SOETERBOEK, R. (1992). *Predictive control : a unified approach*. Prentice-Hall, Inc.
- [Sridhar et Cooper, 1998] SRIDHAR, R. et COOPER, D. J. (1998). A tuning strategy for unconstrained multivariable model predictive control. *Ind. End. Chern. Res*, 37:4003–40.
- [Stefanopoulou *et al.*, 2000] STEFANOPOULOU, A. G., KOLMANOVSKY, I. et FREUDENBERG, J. S. (2000). Control of variable geometry turbocharged diesel engines for reduced emissions. *IEEE transactions on control systems technology*, 8(4):733–745.

- [Sun *et al.*, 2004] SUN, H.-R., LI, P. et ZHOU, L.-H. (2004). A strategy of generalized predictive control based on neural network.
- [Sun et Liu, 2017] SUN, M. p. et LIU, J. j. (2017). Tracking control of a quad-rotor uav based on t-s fuzzy model. *In 2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 4216–4221.
- [Suthiprasert *et al.*, 2017] SUTHIPRASERT, T., LIMPURIMONGKOL, T., JIRAWONGNUSON, S., AROONSRIOPON, T. et WIROJSAKUNCHAI, E. (2017). Optimizing co reductions in a diesel oxidation catalyst under diesel dual fuel exhaust conditions. *Engineering Journal (Eng. J.)*, 21(5):93–103.
- [Suzuki *et al.*, 2007] SUZUKI, R., KAWAI, F., ITO, H., NAKAZAWA, C., FUKUYAMA, Y. et AIYOSHI, E. (2007). Automatic tuning of model predictive control using particle swarm optimization. *In 2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pages 221–226. IEEE.
- [Takagi et Sugeno, 1985] TAKAGI, T. et SUGENO, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions. Systems, Man and Cybernetics*, 15:116–132.
- [Takahashi, 1993] TAKAHASHI, Y. (1993). Adaptive predictive control of nonlinear time-varying systems using neural networks. *In Neural Networks, 1993., IEEE International Conference on*, pages 1464–1468. IEEE.
- [Tanaka *et al.*, 2003] TANAKA, K., HORI, T. et WANG, H. O. (2003). A multiple lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 11(4):582–589.
- [Tanaka *et al.*, 1996] TANAKA, K., IKEDA, T. et WANG, H. (1996). Robust stabilisation of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stability, hinf control theory and lms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(1):1–12.
- [Tanaka *et al.*, 1998a] TANAKA, K., IKEDA, T. et WANG, H. O. (1998a). Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and lmi-based designs. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 6(2):250–265.
- [Tanaka *et al.*, 1998b] TANAKA, K., NISHIMURA, M. et WANG, H. O. (1998b). Multi-objective fuzzy control of high rise/high speed elevators using lmis. *In American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998*, volume 6, pages 3450–3454. IEEE.
- [Tanaka et Sugeno, 1992] TANAKA, K. et SUGENO, M. (1992). Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 45:135–156.
- [Tanaka et Wang, 2001] TANAKA, K. et WANG, H. (2001). *Fuzzy control system design and analysis. a Linear Matrix Inequality approach*. John Wiley and Sons Inc.
- [Tohidi et Hajieghrary, 2016] TOHIDI, A. et HAJIEGHRARY, H. (2016). Self-tuning adaptive multiple model predictive control with application to ph control process. *In Automation Science and Engineering (CASE), 2016 IEEE International Conference on*, pages 1219–1224. IEEE.
- [Tran *et al.*, 2015] TRAN, Q. N., ÖZKAN, L. et BACKX, A. (2015). Generalized predictive control tuning by controller matching. *Journal of Process Control*, 25:1–18.
- [Tran *et al.*, 2014] TRAN, Q. N., SCHOLTEN, J., OZKAN, L. et BACKX, A. (2014). A model-free approach for auto-tuning of model predictive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3):2189–2194.

- [Trierweiler et Engell, 1997] TRIERWEILER, J. O. et ENGELL, S. (1997). The robust performance number : A new tool for control structure design. *Computers & chemical engineering*, 21:S409–S414.
- [Trierweiler et Farina, 2003] TRIERWEILER, J. O. et FARINA, L. A. (2003). Rpn tuning strategy for model predictive control. *Journal of Process Control*, 13(7):591–598.
- [Turki et al., 2018a] TURKI, M., BENKHOUD, K., LANGLOIS, N. et ADNAN, Y. (2018a). Analytical tuning of a tsmc dedicated to nonlinear mimo systems. *European Control Conference (ECC)*, pages 1367–1372.
- [Turki et al., 2017a] TURKI, M., LANGLOIS, N. et ADNAN, Y. (2017a). An analytical tuning of mpc control horizon using the hessian condition number. *International Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD)*.
- [Turki et al., 2018b] TURKI, M., LANGLOIS, N. et ADNAN, Y. (2018b). An analytical tuning approach for adaptive mpc parameters applied to ltv siso systems. *American Control Conference (ACC)*, pages 1534–1539.
- [Turki et al., 2017b] TURKI, M., LANGLOIS, N. et YASSINE, A. (2017b). A practical tuning approach for multivariable model predictive control. In *Control & Automation (ICCA), 2017 13th IEEE International Conference on*, pages 1107–1112. IEEE.
- [Turki et al., 2017c] TURKI, M., LANGLOIS, N. et YASSINE, A. (2017c). A tuning approach for constrained mpc : Nominal stability ensured and energy consumption optimized. In *Systems, Process and Control (ICSPC), 2017 IEEE Conference on*, pages 1–6. IEEE.
- [Turki et al., 2018c] TURKI, M., OUKKACHA, I., LANGLOIS, N., YASSINE, A., CAMARA, M. B. et DAKYO, B. (2018c). A new tuning approach for mpc applied to a disturbed dc motor. In *2018 5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, pages 575–580. IEEE.
- [Utkin et al., 2000] UTKIN, V., CHANG, H.-C., KOLMANOVSKY, I. et COOK, J. A. (2000). Sliding mode control for variable geometry turbocharged diesel engines. In *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*, volume 1, pages 584–588. IEEE.
- [Valencia-Palomo et Rossiter, 2011] VALENCIA-PALOMO, G. et ROSSITER, J. (2011). Programmable logic controller implementation of an auto-tuned predictive control based on minimal plant information. *ISA transactions*, 50(1):92–100.
- [Van der Lee et al., 2008] Van der LEE, J., SVRCEK, W. et YOUNG, B. (2008). A tuning algorithm for model predictive controllers based on genetic algorithms and fuzzy decision making. *ISA transactions*, 47(1):53–59.
- [Van Herpe et al., 2007] VAN HERPE, T., HAVERBEKE, N., PLUYMERS, B., Van den BERGHE, G. et DE MOOR, B. (2007). The application of model predictive control to normalize glycemia of critically ill patients. In *Control Conference (ECC), 2007 European*, pages 3116–3123. IEEE.
- [Vardi, 2018] VARDI, I. (2018). Cleaner diesel emission via particulate filtration.
- [Wang et al., 1996] WANG, H. O., TANAKA, K. et GRIFFIN, M. F. (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems : Stability and design issues. *IEEE transactions on fuzzy systems*, 4(1):14–23.

- [Wang, 2001] WANG, L. (2001). Use of exponential data weighting in model predictive control design. *In Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 5, pages 4857–4862. IEEE.
- [Wang, 2003] WANG, L. (2003). Discrete model predictive control using laguerre functions : numerical sensitivity analysis. *In American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, volume 2, pages 1488–1493. IEEE.
- [Wang, 2004] WANG, L. (2004). Discrete model predictive controller design using laguerre functions. *Journal of Process Control*, 14(2):131–142.
- [Wang, 2009] WANG, L. (2009). *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer Science & Business Media.
- [Wang et al., 2005] WANG, P.-G., FENG, H.-P. et ZONG, X.-P. (2005). Smith predictive control based on nn. *In 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, volume 7, pages 4179–4183. IEEE.
- [Wang et al., ] WANG, R., LI, X., LIU, Y., FU, W., LIU, S. et MA, X. Multiple model predictive functional control for marine diesel engine.
- [Watkins, 2002] WATKINS, D. S. (2002). *Fundamentals of matrix computations* john wiley & sons. Inc., New York, NY.
- [Watson, 1984] WATSON, N. (1984). Dynamic turbocharged diesel engine simulator for electronic control system development. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 106(1):27–43.
- [Weinmann, 2012] WEINMANN, A. (2012). *Uncertain models and robust control*. Springer Science & Business Media.
- [Wills et Heath, 2003] WILLS, A. et HEATH, W. (2003). Interior-point methods for linear model predictive control. *Report EE03016, University of Newcastle, NSW*, 2308.
- [Wills et Heath, 2005] WILLS, A. G. et HEATH, W. P. (2005). Application of barrier function based model predictive control to an edible oil refining process. *Journal of Process Control*, 15(2):183–200.
- [Wojsznis et al., 2003] WOJSZNIS, W., GUDAZ, J., BLEVINS, T. et MEHTA, A. (2003). Practical approach to tuning mpc. *ISA transactions*, 42(1):149–162.
- [Wu, 2008] WU, H.-N. (2008). An ilmi approach to robust h2 static output feedback fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear systems. *Automatica*, 44(9):2333–2339.
- [Wu et al., 2009] WU, X., YANG, A. et DAI, W. (2009). A novel generalized predictive control algorithm with online tuning maximal output increment based on bp neural network. *In Intelligent Computation Technology and Automation, 2009. ICICTA'09. Second International Conference on*, volume 1, pages 27–30. IEEE.
- [Xiaodong et Qingling, 2003] XIAODONG, L. et QINGLING, Z. (2003). New approaches to h infinie controller designs based on fuzzy observers for ts fuzzy systems via lmi. *Automatica*, 39(9):1571–1582.

- [Yang *et al.*, 2018] YANG, F., CHO, H., ZHANG, H., ZHANG, J. et WU, Y. (2018). Artificial neural network (ann) based prediction and optimization of an organic rankine cycle (orc) for diesel engine waste heat recovery. *Energy Conversion and Management*, 164:15–26.
- [Yang *et al.*, 2005] YANG, W., GIBSON, J. D. et HE, T. (2005). Coefficient rate and lossy source coding. *IEEE transactions on information theory*, 51(1):381–386.
- [Ydstie, 1984] YDSTIE, B. (1984). Extended horizon adaptive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 17(2): 911–915.
- [Yin *et al.*, 2014] YIN, X., LI, S., LI, N., ZHENG, Y. et CAI, W. (2014). Energy-saving-oriented control strategy for vapor compression refrigeration cycle systems. In *Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2014 IEEE 9th Conference on*, pages 1561–1566. IEEE.
- [Yoneyama, 2008] YONEYAMA, J. (2008). H infinity output feedback control for fuzzy systems with immeasurable premise variables : Discrete-time case. *Applied Soft Computing*, 8(2):949–958.
- [You *et al.*, 2017] YOU, K., WEI, L. et JIANG, K. (2017). A fuzzy logic urea dosage controller design for two-cell selective catalytic reduction systems. *ISA transactions*.
- [Younes, 1993] YOUNES, R. (1993). *Elaboration d'un modèle de connaissance du moteur diesel avec turbocompresseur à géométrie variable en vue de l'optimisation de ses émissions*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- [Youssef *et al.*, 2017] YOUSSEF, T., CHADLI, M., KARIMI, H. et WANGD, R. (2017). Actuator and sensor faults estimation based on proportional integral observer for ts fuzzy model. *Journal of the Franklin Institute*, 354(6):2524–2542.
- [Zames, 1981] ZAMES, G. (1981). Feedback and optimal sensitivity : Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions on automatic control*, 26(2): 301–320.
- [Zhang *et al.*, 2001] ZHANG, J.-M., LI, R.-H. et ZHANG, P.-A. (2001). Stability analysis and systematic design of fuzzy control systems. *Fuzzy sets and Systems*, 120(1):65–72.
- [Zhao *et al.*, 2017] ZHAO, J., JIN, J. et XING, K. (2017). Constant pressure control for steady-state pressure flow test of proportional valve. In *Systems and Informatics (ICSAI), 2017 4th International Conference on*, pages 89–93. IEEE.
- [Zheng *et al.*, 2002] ZHENG, F., WANG, Q.-G. et LEE, T. H. (2002). Output tracking control of mimo fuzzy nonlinear systems using variable structure control approach. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 10(6):686–697.

# ANNEXES

- **Annexe A : Dérivation des sous fonctions de  $J_\alpha$  par rapport à  $\Delta\check{U}$**
- **Annexe B : Modèle Simulink du DEAP**

## Annexe A

Dérivation des sous fonctions de  $J_\alpha$  par rapport à  $\Delta\check{U}$ 

Pour établir le calcul de la dérivée de  $J_\alpha$  par rapport à  $\Delta\check{U}$ , les formules suivantes de dérivation d'une fonction par rapport à une matrice [Roweis, 1999], [Durand, 2002] et [Petersen *et al.*, 2008] ont été utilisées :

**Lemme 4.6.1.** Soient  $a$  et  $b$  deux vecteurs,  $X$  et  $C_x$  deux matrices de dimension appropriées ( $a$ ,  $b$  et  $C_x$  ne dépendent pas de  $X$ ) donc :

$$\frac{\partial a^T X b}{\partial X} = ab^T; \quad (46)$$

$$\frac{\partial a^T X^T b}{\partial X} = ba^T; \quad (47)$$

$$\frac{\partial a^T X^T C_x X b}{\partial X} = C_x^T X ab^T + C_x X ba^T; \quad (48)$$

$$\frac{\partial a^T X^r b}{\partial X} = \sum_{i=0}^{r-1} (X^i)^T ab^T (X^{r-1-i})^T; \quad (49)$$

$$\frac{\partial a^T (X^r)^T X^r b}{\partial X} = \sum_{i=0}^{r-1} [(X^{r-1-i})^T ab^T (X^r)^T X^i + (X^i)^T X^r ab^T (X^{r-1-i})^T]. \quad (50)$$

► Calcul de  $DJ_{1\alpha}$  :

$$\begin{aligned} DJ_{1\alpha} &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i))^T Q_\alpha (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i)) \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

► Calcul de  $DJ_{2\alpha}$  :

$$\begin{aligned} DJ_{2\alpha} &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i))^T Q_\alpha (\Phi \Delta\check{U}) \right) \\ &= (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i))^T Q_\alpha \Phi \end{aligned} \quad (52)$$

► Calcul de  $DJ_{3\alpha}$  :

$$\begin{aligned} DJ_{3\alpha} &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( (\Phi \Delta\check{U})^T Q_\alpha (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i)) \right) \\ &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( (\Delta\check{U})^T \Phi^T Q_\alpha (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i)) \right) \\ &= \Phi^T Q_\alpha (\check{Y}_{des} - F\check{x}(k_i)) \end{aligned} \quad (53)$$

► Calcul de  $DJ_{4\alpha}$  :

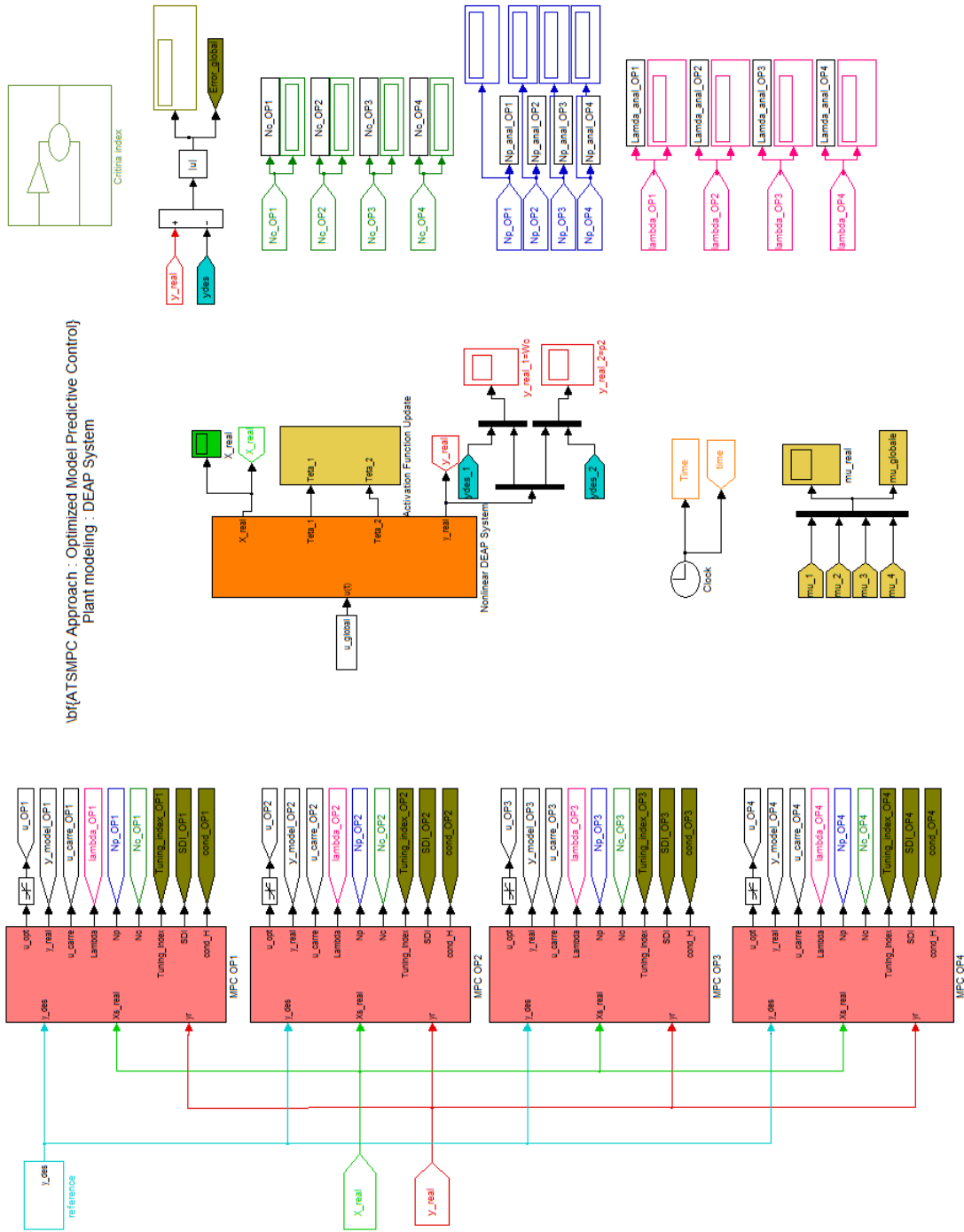
$$\begin{aligned} DJ_{4\alpha} &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( (\Phi \Delta\check{U})^T Q_\alpha (\Phi \Delta\check{U}) \right) \\ &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( \Delta\check{U}^T \Phi^T Q_\alpha \Phi \Delta\check{U} \right) \\ &= 2\Phi^T Q_\alpha \Phi \Delta\check{U} \end{aligned} \quad (54)$$

► Calcul de  $DJ_{5\alpha}$  :

$$\begin{aligned} DJ_{4\alpha} &= \frac{\partial J_\alpha}{\partial \Delta\check{U}} \left( \Delta\check{U}^T \bar{R}_\alpha \Delta\check{U} \right) \\ &= 2\bar{R}_\alpha \Delta\check{U} \end{aligned} \quad (55)$$



## Annexe B Modèle Simulink du DEAP



bf(ATSMPC Approach : Optimized Model Predictive Control)  
Plant modelling : DEAP System

Modèle Simulink de l'approche ATSMPC appliquée au système DEAP

Dans la Figure ci-dessus, les contrôleurs prédictifs appliqués aux 4 modèles linéaires du système DEAP sont présentés par les blocs "MPC OP1", "MPC OP2", "MPC OP3" et "MPC OP4". Comme entrées, ils prennent tous :

1. La même trajectoire de référence.

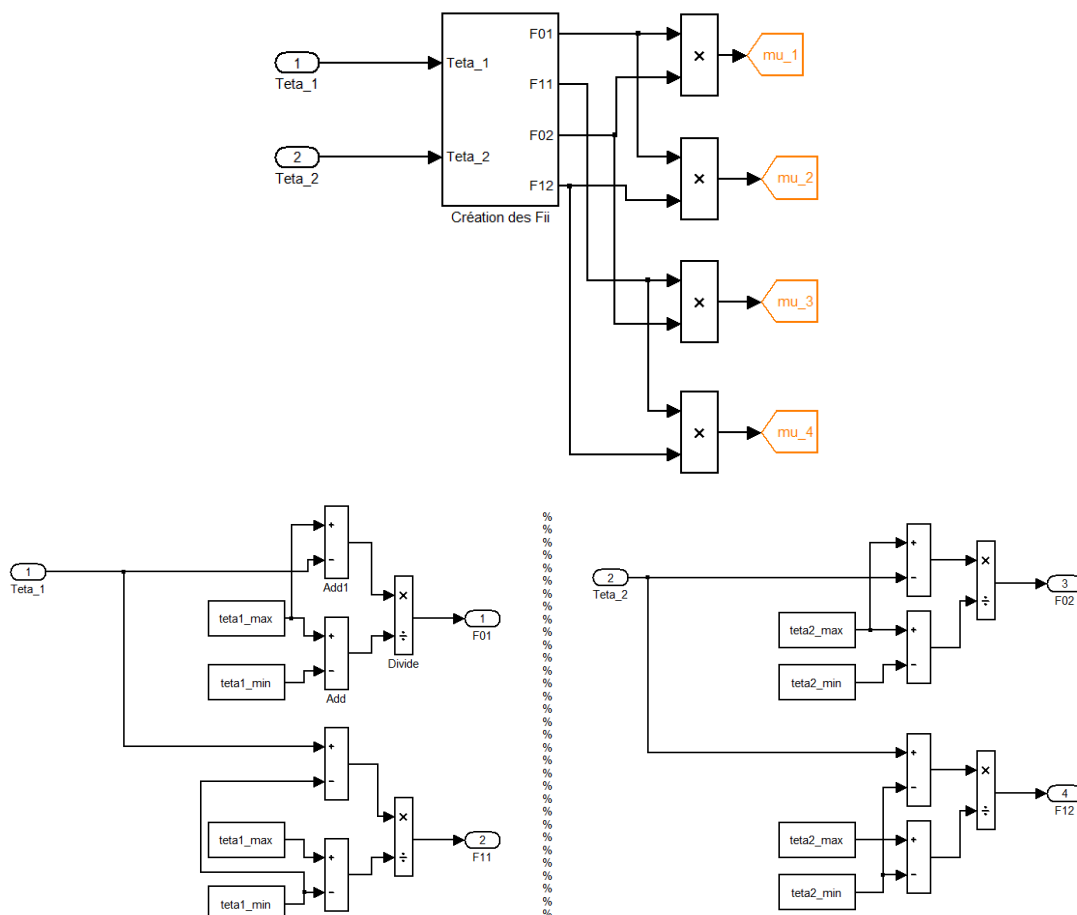
2. Le vecteur d'état réel.
3. La sortie réelle du système dynamique.

Le bloc en orange désigné par "Nonlinear DEAP system" contient le modèle dynamique non linéaire du système DEAP. Le bloc en jaune nommé "Activation function update" calcule les fonctions de pondérations  $\mu_i$  pour  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

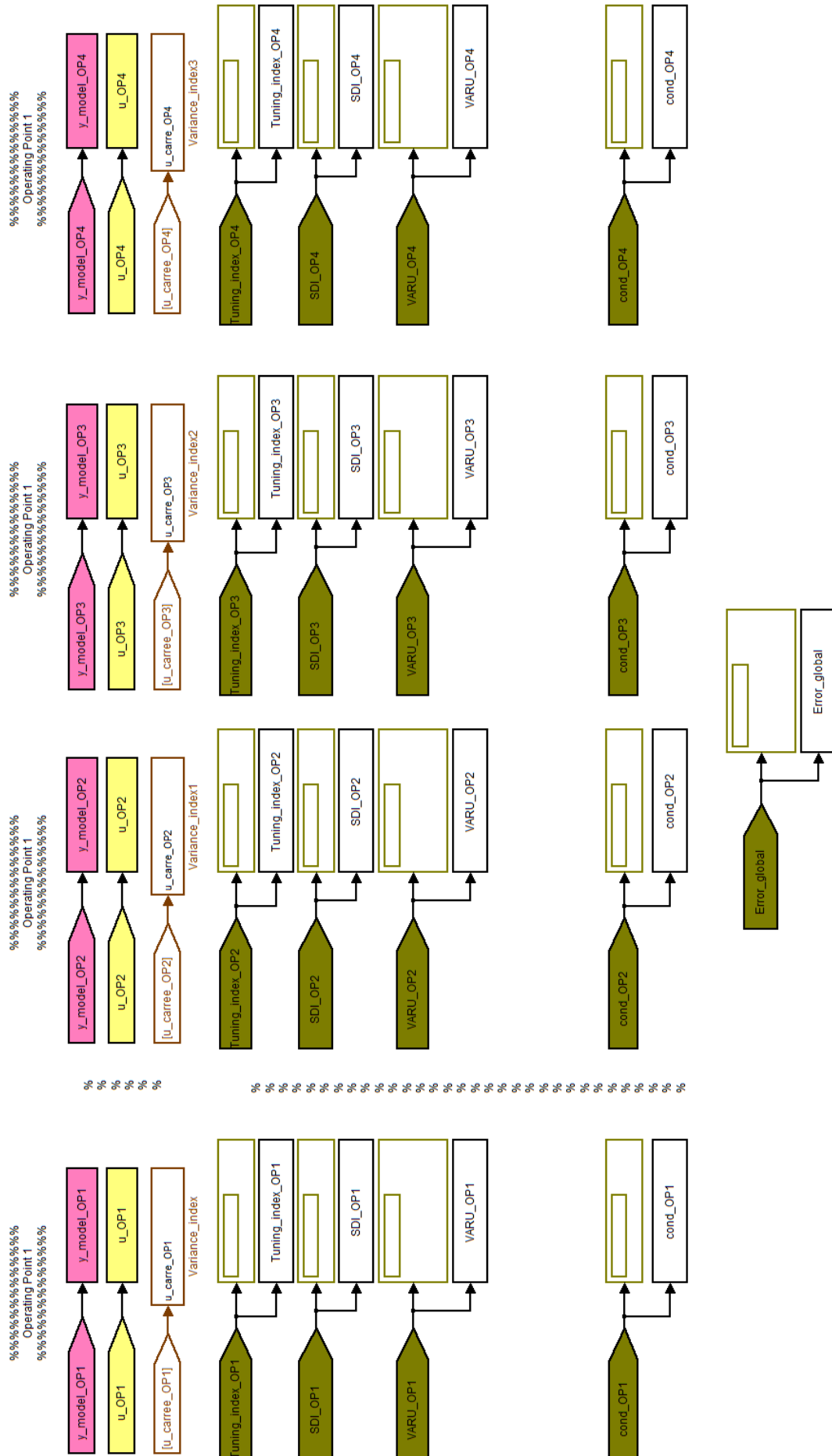
Les paramètres de la MPC calculés par l'approche ATSMPC proposée sont affichés pour chaque pas d'échantillonnage :

1. Affichage de  $N_c$  dans les 4 blocs en vert "Nc-OP1", "Nc-OP2", "Nc-OP3" et "Nc-OP4".
2. Affichage de  $N_p$  dans les 4 blocs en bleu "Np-OP1", "Np-OP2", "Np-OP3" et "Np-OP4".
3. Affichage de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  dans les 4 blocs en rose "Lambda-OP1", "Lambda-OP2", "Lambda-OP3" et "Lambda-OP4".

Les critères de performance sont affichés dans le bloc en vert nommé "Criteria index" et présentés par la Figure ci-dessous.



Modèle Simulink des fonctions d'activation



**Titre :** Synthèse de contrôleurs prédictifs auto-adaptatifs pour l'optimisation des performances des systèmes

Bien que la commande prédictive fasse appel à des paramètres ayant une signification concrète, la valeur de ces derniers impacte fortement les performances obtenues du système à contrôler. Leur réglage n'étant pas trivial, la littérature fait état d'un nombre conséquent de méthodes de réglage. Celles-ci ne garantissent cependant pas des valeurs optimales. L'objectif de cette thèse est de proposer une approche analytique et originale de réglage de ces paramètres. Initialement applicable aux systèmes MIMO linéaires, l'approche proposée a été étendue aux systèmes non linéaires avec ou sans contraintes et pour lesquels il existe un modèle Takagi-Sugeno (T-S). La classe des systèmes non linéaires considérés ici est écrite sous la forme quasi-linéaire paramétrique (quasi-LPV). Sous l'hypothèse que le système soit commandable et observable, la méthode proposée garantit la stabilité optimale de ce système en boucle fermée. Pour ce faire, elle s'appuie, d'une part, sur une technique d'amélioration du conditionnement de la matrice hessienne et, d'autre part, sur le concept de rang effectif. Elle présente également l'avantage de requérir une charge calculatoire moindre que celle des approches identifiées dans la littérature.

L'intérêt de l'approche proposée est montré à travers l'application en simulation à différents systèmes de complexité croissante. Les travaux menés ont permis d'aboutir à une stratégie de commande prédictive auto-adaptative dénommée "ATSMPC" (Adaptive Takagi-Sugeno Model-based Predictive Control).

**Mots clés :** Modèle Prédicte contrôle, Optimisation des paramètres, Approche analytique, Prise en compte des contraintes, Stabilité optimale garantie, Améliorer la matrice Hessienne.

---

**Title :** Synthesis of self-adaptive predictive controllers for optimizing system performance

Even though predictive control uses concrete parameters, the value of these latter has a strong impact on the obtained performances from the system to be controlled. Their tuning is not trivial. That is why the literature reports a number of adjustment methods. However, these ones do not always guarantee optimal values. The goal of this thesis is to propose an analytical and original tuning approach of these parameters. Initially applicable to linear MIMO systems, the proposed approach has been extended to non-linear systems with or without constraints and for which a Takagi-Sugeno (T-S) model exists. The class of nonlinear systems considered here is written in quasi-linear parametric form (quasi-LPV). Assuming that the system is controllable and observable, the proposed method guarantees the optimal stability of this closed-loop system. To do this, it relies, on the one hand, on a conditioning improving technique of the Hessian matrix and, on the other hand, on the concept of effective rank. It also has the advantage of requiring a lower computational load than the approaches identified in the literature.

The interest of the proposed approach is shown through the simulation on different systems of increasing complexity. The work carried out has led to a self-adaptive predictive control strategy called "ATSMPC" (Adaptive Takagi-Sugeno Model-based Predictive Control).

**Keywords :** Model-based Predictive Control, Tuning approach, Analytical approach, Taking into account constraints, Optimal stability Guaranteed, Improving the Hessian matrix.

