



**HAL**  
open science

## **Etude théorique et expérimentale de la propagation d'ondes de Lamb en milieu rugueux**

Catherine Potel, Damien Leduc, Bruno Morvan, Pascal Pareige, Jean-Louis Izbicki,  
Claude Depollier

### ► **To cite this version:**

Catherine Potel, Damien Leduc, Bruno Morvan, Pascal Pareige, Jean-Louis Izbicki, et al.. Etude théorique et expérimentale de la propagation d'ondes de Lamb en milieu rugueux. Journées du GDR Ultrasons 2501, Dec 2003, Aussois, France. pp.235-239. <hal-03187761>

**HAL Id: hal-03187761**

**<https://normandie-univ.hal.science/hal-03187761v1>**

Submitted on 15 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE LA PROPAGATION D'ONDES DE LAMB EN MILIEU RUGUEUX

C. Potel<sup>(1)</sup>, D. Leduc<sup>(2)</sup>, B. Morvan<sup>(2)</sup>, P. Pareige<sup>(2)</sup>, J.L. Izbicki<sup>(2)</sup>, C. Depollier<sup>(1)</sup>

(1) Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) UMR CNRS 6613, Le Mans, FRANCE

(2) Laboratoire d'Acoustique Ultrasonore et d'Electronique (LAUE) UMR CNRS 6068, Université du Havre, Le Havre - FRANCE

Catherine.Potel@univ-lemans.fr, damien.leduc@univ-lehavre.fr

## Résumé

La propagation d'ondes de Lamb dans une plaque isotrope comportant une interface rugueuse est étudiée par utilisation de la méthode des petites perturbations, pour de faibles variations arbitraires d'épaisseur et de pentes. Les résultats théoriques issus du modèle sont comparés à des résultats expérimentaux obtenus sur des plaques de verre comportant différents types de rugosité.

## Introduction

Le but de l'étude est d'analyser le comportement d'une plaque isotrope comportant une seule interface rugueuse, afin d'améliorer la qualité de collage entre deux matériaux. Les ondes guidées, telles les ondes de Lamb qui sont naturellement guidées par la plaque, sont très utiles pour contrôler ce type de structure [1], et l'influence de la présence de rugosité sur la qualité du collage doit pouvoir être étudiée [2,3]. Bien que nombre d'études aient porté sur la propagation d'ondes de Rayleigh en présence d'interface rugueuse (voir [4] par exemple), la nécessité de contrôler des interfaces internes à une structure conduit à étudier la propagation des ondes de Lamb qui prennent en compte toute l'épaisseur de la plaque.

Les résultats théoriques et expérimentaux sont présentés de la manière suivante : la première partie concerne essentiellement la présentation du dispositif expérimental avec la description des mesures optiques permettant la détermination des paramètres classiques de rugosité. Le modèle théorique développé, basé sur la méthode des petites perturbations est ensuite présenté. La sensibilité des ondes de Lamb à différents types de rugosité est enfin analysée de manière expérimentale, puis comparée aux résultats issus du modèle.

## Montage expérimental

Le montage expérimental présenté sur les Figures 1 comporte un générateur délivrant une impulsion très courte (de l'ordre de 300 V pendant 300 ns) à un transducteur émetteur piézo-électrique par contact, le transducteur récepteur étant un transducteur aérien piézo-électrique. Les transducteurs émetteur et

récepteur sont placés du côté non rugueux de la plaque, le premier restant fixe pendant l'expérience, tandis que le second est déplacé le long de la direction de propagation (x) des ondes de Lamb. Les amplitudes de déplacement sont acquises de  $x = 10$  mm à  $x = 90$  mm par pas de 0.1 mm (l'origine  $x = 0$  correspondant à la position du coin du transducteur d'angle émetteur). Pour chaque position du transducteur aérien récepteur, un long signal de 200  $\mu$ s est acquis sur 10000 points, et moyenné sur 1000 tirs successifs afin d'améliorer le rapport signal sur bruit.

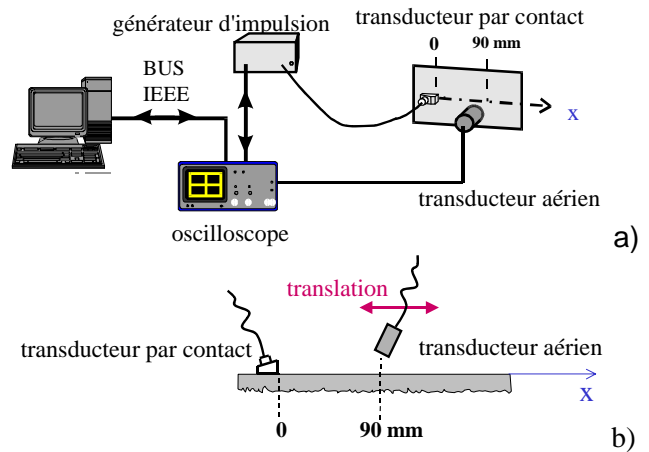


Figure 1 : Montage expérimental

Les quatre plaques de verre étudiées sont carrées (200 mm de côté) et d'épaisseur 5 mm. Trois plaques ont l'une de leurs faces traitée afin d'obtenir une surface rugueuse (l'autre face étant non traitée), la quatrième étant non traitée afin de constituer une plaque de référence. La topographie de la surface de chaque plaque est obtenue par un profilomètre de surface optique, ce qui permet d'évaluer l'amplitude de la rugosité, les paramètres statistiques usuels  $R_a$  (moyenne arithmétique de la rugosité) et  $R_q$  (moyenne quadratique de la rugosité) dont l'expression mathématique est

$$R_a = \frac{1}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |Z_{ij}| ; R_q = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N Z_{ij}^2}, \quad (1)$$

où les amplitudes  $Z_{ij}$  sont mesurés à partir de la surface moyenne, et M, N sont le nombre de points dans chaque direction (voir Fig. 2). Ces paramètres sont donnés dans la Table 1 pour chaque plaque.

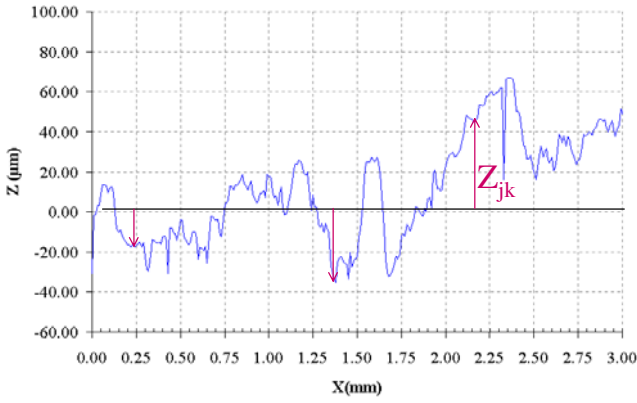


Figure 2 : Exemple de profil de rugosité (cas de la plaque grenillée)

Table 1 : Paramètres statistiques de rugosité pour les plaques en verre étudiées

plaque	$R_a$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_q$ ( $\mu\text{m}$ )
non traitée	< 0.01	< 0.01
sablée	4.8	6.0
grenillée	23.3	29.8
fortement grenillée	52.4	67.4

A chaque profil de rugosité correspond une longueur spatiale, évaluée en utilisant la densité spectrale de puissance (PSD). De manière générale, un maximum correspond à une longueur d'onde spatiale du profil. Plusieurs maxima étant présents sur la PSD correspondant à chaque plaque, plusieurs longueurs d'onde spatiale  $\Lambda$  sont donc disponibles (voir Fig. 3),

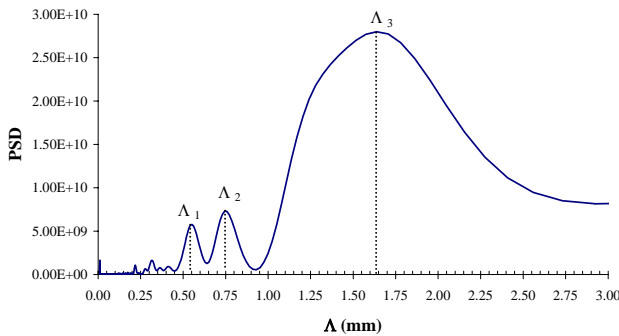


Figure 3 : PSD d'une plaque grenillée

Notons  $k_x$  la projection du vecteur nombre d'onde sur l'axe  $x$ , ses parties réelle et imaginaire étant respectivement notées  $k'_x$  et  $k''_x$

$$k_x = k'_x + i k''_x \quad (2)$$

Un traitement du signal adapté permet d'extraire les caractéristiques correspondant à chaque mode de Lamb : vitesse de phase (reliée à  $k'_x$ ) et atténuation (reliée à  $k''_x$ ). L'atténuation expérimentale d'un mode de Lamb donné peut être qualifiée d'"apparente" car elle est reliée à des phénomènes différents : la

rugosité, le couplage avec le milieu environnant et la diffraction du faisceau borné sur la plaque. Le modèle théorique présenté dans le paragraphe suivant ne prenant en compte ni le fluide environnant (la plaque est supposée être dans le vide), ni la nature bornée du faisceau ultrasonore, l'atténuation théorique pour un mode de Lamb donné est donc seulement liée à la rugosité.

### Modèle théorique : méthode des perturbations

Un modèle 2D est développé pour une plaque isotrope dans le vide, présentant une seule interface rugueuse. Cette plaque est caractérisée par son épaisseur  $d$ , les vitesses de propagation  $V_L$  et  $V_T$  des ondes longitudinales et transversales. La surface  $z = H(x)$  présente une petite variation  $h(x)$  par rapport au plan  $z = -d/2$  (voir Fig. 4), et la pente  $dh/dx$  est également supposée petite. La méthode des perturbations présentée ici permet d'exprimer l'équation de dispersion de la plaque rugueuse comme la somme de l'équation de dispersion de la plaque non rugueuse et d'une perturbation.

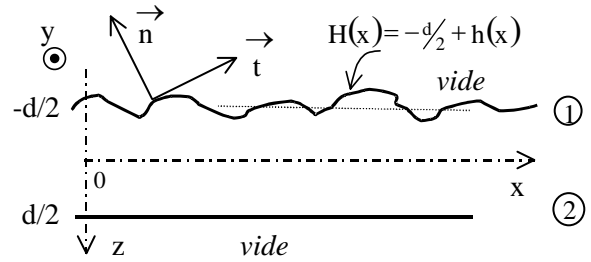


Figure 4 : Géométrie du problème

L'équation de dispersion est obtenue par l'écriture des conditions aux frontières. La plaque étant dans le vide, le vecteur contrainte lié à la normale aux interfaces doit être nul, ce qui peut s'écrire

$$\tilde{\sigma}_{nt} = 0, \tilde{\sigma}_{nn} = 0 \quad \text{at } z = H(x), \quad (3)$$

$$\text{et } \sigma_{xz} = 0, \sigma_{zz} = 0 \quad \text{at } z = d/2, \quad (4)$$

où  $\vec{z}$ ,  $\vec{x}$  sont respectivement les vecteurs normal et tangent à l'interface (2) et  $\vec{n}$ ,  $\vec{t}$  sont respectivement les vecteurs normal et tangent à l'interface rugueuse (1) (voir Fig. 4).

$\tilde{\sigma}_{nt}$  et  $\tilde{\sigma}_{nn}$  peuvent facilement être exprimés en fonction de  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{zz}$  et  $\sigma_{xx}$ , au moyen d'un simple changement de base du type  $\tilde{\sigma}_{kl} = a_{ki} a_{lj} \sigma_{ij}$ . Un développement au premier ordre du vecteur contrainte normal permet d'obtenir les équations

$$\tilde{\sigma}_{nt} \approx \tilde{\sigma}_{xz} + \frac{dh}{dx} (\sigma_{zz} - \sigma_{xx}), \quad (5)$$

et 
$$\tilde{\sigma}_{nn} \approx \sigma_{zz} - 2 \frac{dh}{dx} \sigma_{xz} . \quad (6)$$

Finalement, les contraintes  $\tilde{\sigma}_{nt}$  et  $\tilde{\sigma}_{nn}$  sont développées au second ordre autour de  $z = -d/2$ .

Les conditions aux frontières (3) et (4) conduisent à un système homogène d'ordre 4 de la forme

$$MX = 0 , \quad (7)$$

où  $M$  est une matrice carrée d'ordre 4 et  $X$  un vecteur colonne contenant les amplitudes de déplacement des ondes longitudinales et transverses dans la plaque. La matrice  $M$  peut être exprimée de la manière suivante

$$M \approx M_0 + \delta M = M_0 \left( I + M_0^{-1} \delta M \right) , \quad (8)$$

où  $M_0^{-1}$  est la matrice inverse de  $M_0$  et  $I$  est la matrice identité. La matrice  $M_0$  correspond au système homogène d'ordre 4 écrit pour des interfaces non rugueuses (cas des modes de Lamb classiques), et  $\delta M$  est donnée par

$$\delta M = \frac{dh}{dx} M_1 + h(x) M_2 + \frac{h^2(x)}{2} M_3 . \quad (9)$$

$M_0, M_1, M_2$  et  $M_3$  sont des matrices carrées d'ordre 4, qui dépendent de  $V_L, V_T, d, k_x$  et  $\omega$  (pulsation).

Un développement limité au 1er ordre de l'Eq. (8) permet d'exprimer le déterminant de la matrice  $M$  de la manière suivante

$$\det M \approx \det M_0 + \text{Tr} \left( \tilde{M}_0 \delta M \right) , \quad (10)$$

où  $\text{Tr}(A)$  désigne la trace de la matrice  $A$ , et  $\tilde{A} = \text{Adj}(A)$  la matrice adjointe de  $A$ . L'Eq. (10) peut donc être écrite

$$F(k_x, \omega) \approx F_0(k_x, \omega) + \delta F(k_x, \omega) , \quad (11)$$

qui est la somme de l'équation caractéristique pour la plaque non rugueuse (modes de Lamb classiques) et d'une perturbation. L'Eq. (7) a des solutions non nulles si le déterminant de la matrice  $M$  est égal à zéro. En remplaçant  $\delta M$  par son expression (9) dans l'Eq. (10), l'équation de dispersion peut alors s'écrire

$$\det M_0 + \frac{dh}{dx} \text{Tr}(\tilde{M}_0 M_1) + h(x) \text{Tr}(\tilde{M}_0 M_2) + \frac{h^2(x)}{2} \text{Tr}(\tilde{M}_0 M_3) = 0 , \quad (12)$$

ou encore, en utilisant l'Eq. (11)

$$F_0(k_x, \omega) + \delta F(k_x, \omega) = 0 . \quad (13)$$

Il est à noter que l'annulation de la fonction  $F_0(k_x, \omega) = \det M_0$  correspond à l'équation classique de dispersion des modes de Lamb dans une plaque aux interfaces lisses, ce qui s'écrit

$$F_0(k_{x_0}, \omega_0) = 0 , \quad (14)$$

tandis que les modes de Lamb dans une plaque avec une interface rugueuse sont obtenus en écrivant

$$F(k_x, \omega) = 0 . \quad (15)$$

Par conséquent, pour une pulsation donnée  $\omega$ , la solution  $k_x$  de l'Eq. (13) est supposée être de la forme

$$k_x = k_{x_0} + \delta k_x . \quad (16)$$

## Modèle théorique : résultats numériques

Des études à la fois numériques et expérimentales ont été menées sur chacune des plaques rugueuses, mais, dans toute la suite, tous les résultats seront illustrés par des Tables ou Figures relatives à la plaque grenillée.

Pour un profil aléatoire  $H(x)$ , l'onde de Lamb "voit" une sorte de paramètres moyens ( $\ll \gg$ ) de la surface, qui interviennent dans l'équation de dispersion (12) or (13) :

$$\alpha = \ll \frac{dh}{dx} \gg , \beta = \ll h(x) \gg \text{ et } \gamma = \ll \frac{h^2(x)}{2} \gg .$$

Ces paramètres dépendent du mode et de la longueur d'onde spatiale  $\Lambda$  (donnée par la densité spectrale de puissance) correspondant au profil de rugosité. En première approche, les paramètres  $\alpha$  et  $\gamma$  peuvent être identifiés à  $\alpha = 4R_a/\Lambda$  et  $\gamma = R_q^2/2$ .

Un exemple des courbes de dispersion correspondant aux solutions de l'Eq. (13) pour une plaque en verre grenillée est donné Figs. 5 and 6, en utilisant les paramètres suivants :  $d = 5$  mm,  $V_L = 5825$  m/s ,

$V_T = 3485 \text{ m/s}$ ,  $R_a = 23.3 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $R_q = 29.8 \text{ }\mu\text{m}$ ,  
 $\Lambda = \Lambda_1 = 0.546 \text{ mm}$ ,  $\beta = 0$ .

La rugosité n'a pas d'effet sur la vitesse de phase (reliée à  $k'_x$ ), mais en a seulement sur l'atténuation (reliée à  $k''_x$ ).

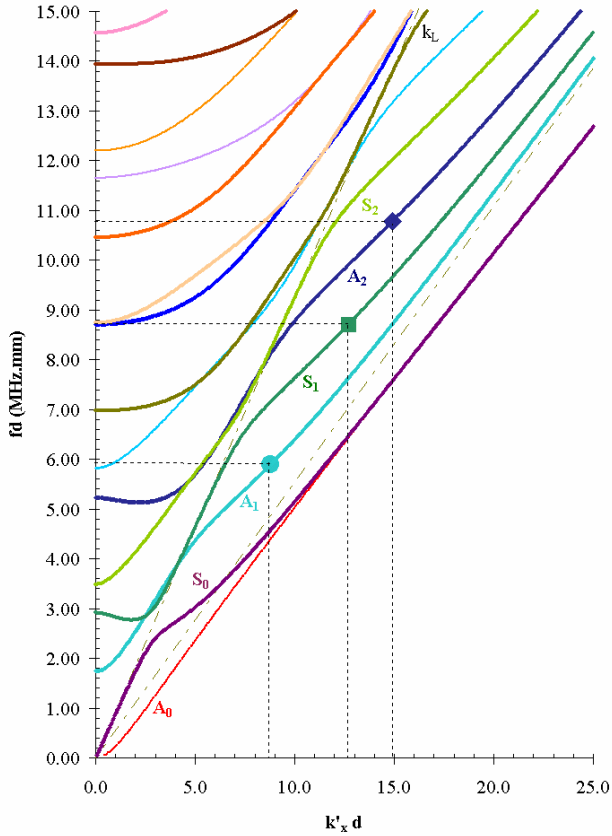


Figure 5 : Courbes de dispersion des modes de Lamb dans une plaque en verre, dans le plan  $(k'_x d, f d)$  ; plaque grenillée ou de référence

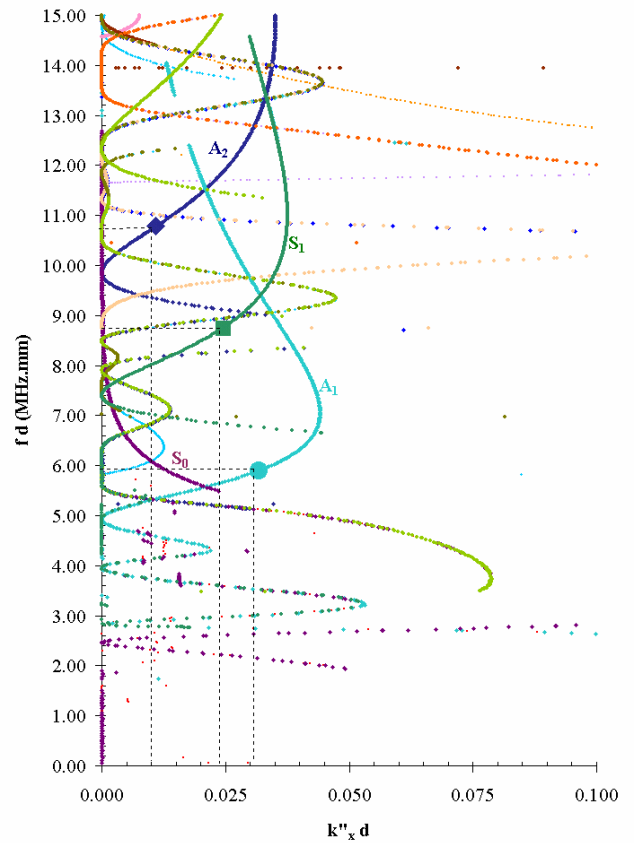


Figure 6 : Courbes de dispersion des ondes de Lamb dans une plaque grenillée, dans le plan  $(k''_x d, f d)$

### Résultats expérimentaux

Les vitesses de phase expérimentales (reliées à  $k'_x$ ) correspondant aux plaques rugueuses sont très proches de celle correspondant à l'échantillon de référence non rugueux [4]. Les amplitudes de déplacement de chaque mode de Lamb en fonction de  $x$  sont expérimentalement obtenues au moyen d'une Transformée de Fourier Spatiale à court terme (voir Fig. 7 pour la plaque grenillée). Un ajustement avec le logarithme de ces courbes expérimentales permet de déterminer le  $k''_{x_a}$  "apparent", lié à l'atténuation. En

supposant que, pour un mode de Lamb donné, les effets du fluide environnant, de la nature bornée du faisceau ultrasonore et de la rugosité s'additionnent, l'atténuation liée à la rugosité seule peut être déduite de la formule suivante

$$k''_{x_a} = k''_x + k''_{x_{ref}}, \quad (19)$$

où  $k''_{x_{ref}}$  correspond à l'atténuation du mode de Lamb de la plaque rugueuse, qui prend en compte les deux premiers effets. La Table 2 présente ces résultats pour la plaque grenillée. A noter que, pour toutes les plaques,  $k''_x$  augmente avec  $R_q$ .

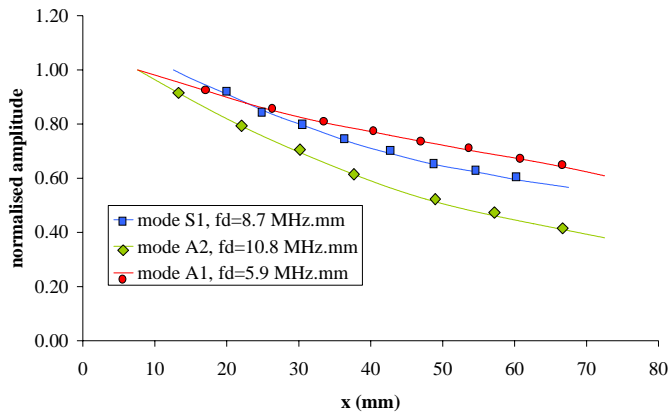


Figure 7 : Amplitudes expérimentales de déplacement normalisées pour les modes de Lamb dans une plaque de verre grenailée.

Table 2 : Caractéristiques expérimentales (exp.) et théoriques (th.) des modes de Lamb pour la plaque grenailée.  $\Lambda = \Lambda_1 = 0.546$  mm

Mode de Lamb	A1	S1	A2
f d (MHz.mm)	5.9	8.7	10.8
$k'_x d$ (th.)	8.8	14.7	14.9
$k''_{x_a} d$ (exp.)	0.0365	0.0525	0.0755
$k''_x d$ (exp.)	0.0075	0.025	0.0052
$k''_x d$ (th.)	0.032	0.024	0.011

## Comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques - discussion

Les résultats donnés dans la Table 2 montrent que les  $k''_x$  expérimentaux et théoriques sont en parfait accord pour le mode A<sub>1</sub>, mais ne le sont plus pour les autres modes. Deux explications principales peuvent être données pour expliquer ces résultats :

- Premièrement, le modèle développé est bi-dimensionnel, alors qu'une plaque grenailée nécessiterait un modèle tri-dimensionnel.

- Deuxièmement, comme expliqué précédemment, la PDS de la Fig. 3 présente plusieurs maxima, qui correspondent à plusieurs longueurs d'onde spatiales  $\Lambda$  (intervenant dans l'expression du paramètre  $\alpha$ ). Les résultats présentés dans la Table 2 correspondent à  $\Lambda = \Lambda_1 = 0.546$  mm, mais  $\Lambda$  dépend également du mode de Lamb considéré. Par exemple, prendre pour valeur  $\Lambda = \Lambda_3 = 1.64$  mm (voir Fig. 3) conduit à  $k''_x d = 0.011$  pour le mode A<sub>2</sub>, ce qui proche de la valeur expérimentale.

Par ailleurs, pour toutes les plaques, les valeurs expérimentales et théoriques des vitesses de phase (reliées à  $k'_x$ ) sont identiques, pour les plaques rugueuses, comme pour la plaque de référence sans rugosité. De la même manière,  $k''_x$  augmente avec  $R_q$ .

## Perspectives

Le modèle doit être étendu à un modèle 3D. L'influence des longueurs d'onde spatiales, via la PDS, doit également être prise en compte, notamment la relation entre la longueur d'onde spatiale  $\Lambda$ , la propagation d'une onde de Lamb et la longueur d'onde de cette dernière.

## Remerciements

Les auteurs ont bénéficié du soutien du soutien du GDR n° 2501 sur le contrôle non destructif par ultrasons

## Bibliographie

- [1] C.C.H. Guyot, P. Cawley, R.D. Adams, "The non-destructive of adhesively bonded structure: a review", J. Adhesion, **20**, 129-159 (1986)
- [2] D.E. Chimenti, O.I. Lobkis, "The effect of rough surfaces on guided waves in plates", Ultrasonics, **36**, 155-162 (1998)

- [3] J.A. Ogilvy, "Theory of wave scattering from random rough surface", Institute of Publishing Bristol, 1992
- [4] A.A. Maradudin, D.L. Mills, "The attenuation of Rayleigh surface waves by surface roughness", *Annals of Physics*, **100**, 262-309 (1976)
- [5] D. Leduc, B. Morvan, P. Pascal, J.L. Izbicki, "Measurement of the effects of rough surfaces on Lamb waves propagation", submitted.