



HAL
open science

Effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur la propagation des ondes SH : résultats numériques et expérimentaux

Ludovic Cardin Foze Ndjomo, D. Leduc, M Ech-Cherif El-Kettani, Catherine Potel, M. Bruneau

► To cite this version:

Ludovic Cardin Foze Ndjomo, D. Leduc, M Ech-Cherif El-Kettani, Catherine Potel, M. Bruneau. Effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur la propagation des ondes SH : résultats numériques et expérimentaux. CFA/VISHNO 2016, Apr 2016, Le Mans, France. hal-01951909

HAL Id: hal-01951909

<https://normandie-univ.hal.science/hal-01951909>

Submitted on 11 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CFA/VISHNO 2016

**Effets de rugosités d'interfaces dans une structure
métal/colle/métal sur la propagation des ondes SH :
résultats numériques et expérimentaux**

L. Foze Ndjomo^a, D. Leduc^b, M. Ech-Cherif El-Kettani^b, C. Potel^a et M.
Bruneau^a

^aLAUM UMR CNRS 6613, Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans, France

^bLOMC UMR CNRS 6294, 75 rue Bellot, 76600 Le Havre, France
damien.leduc@univ-lehavre.fr



LE MANS

Les effets de rugosités d'interfaces dans une structure métal/colle/métal sur la propagation des ondes SH et plus particulièrement sur le coefficient de transmission en fonction de la fréquence sont étudiés dans le cas particulier d'un réseau périodique de stries triangulaires. Pour certaines fréquences appelées fréquences phonon, l'interaction du mode SH incident avec le réseau donne ainsi naissance à un mode rétro-converti. Dans un premier temps, une étude par simulations numériques par éléments finis permet de prédire l'existence du mode de phonon dans la structure tri-couche et d'obtenir l'évolution du coefficient de transmission au voisinage de la fréquence de phonon. Une étude expérimentale, basée sur une génération des ondes par transducteur de contact et réception par vibromètre laser, confirme ces prédictions.

1 Introduction

Les ondes ultrasonores sont souvent utilisées pour le contrôle non destructif de collages [1-3]. Dans la plupart des cas, la surface du substrat est préalablement rendue rugueuse avant application de la couche adhésive. Le but est d'augmenter l'énergie interfaciale dans la région de contact ; cela permet aussi d'augmenter la surface de contact et d'améliorer le niveau d'adhésion. Les ondes guidées semblent être adaptées à ces études. De nombreux travaux [4-9] ont été réalisés sur le thème de l'évaluation ultrasonore non destructive de collages en utilisant des ondes de volume longitudinales et transversales [10] ou des ondes guidées type Lamb ou de type transversales horizontales (Shear Horizontal SH) [11]. Ce papier fait suite aux travaux de Potel et al [12] qui présente un modèle analytique pour décrire la diffusion due à la rugosité des ondes SH se propageant dans un assemblage de deux plaques collées. Ce modèle tient compte de la pente et de la profondeur de rugosité. Nous présentons ici un travail expérimental et de simulation numérique par éléments finis dont le but est d'étudier l'interaction entre une onde SH incidente et un réseau périodique. A la connaissance des auteurs, aucun travail concernant l'inspection par les ondes SH de structures collées à interfaces rugueuses n'étudie l'accord de phase en fonction de la fréquence. Ce phénomène est appelé relation de phonon et a seulement été étudié dans le cas d'une plaque [8, 9].

2 Matériaux étudiés

La structure collée étudiée est une tri-couche Aluminium-Araldite-Aluminium de 400 mm de long. Les interfaces collées des deux plaques d'Aluminium sont composées de trois parties : une surface rugueuse et deux surfaces lisses avant et après la rugosité. La rugosité est une distribution régulière et périodique de 10 rainures triangulaires ayant une périodicité spatiale de $\Lambda=3.7$ mm. La profondeur des rainures est $H=0,1$ mm. Les paramètres géométriques et physiques des plaques et de l'adhésif sont répertoriés dans le tableau 1.

Tableau 1 - Paramètres géométriques et physiques des plaques et de l'adhésif.

	Plaques d'Aluminium	Colle (Araldite)
Second coefficient de Lamé μ (GPa)	26,003	2,133
Masse volumique ρ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	2705,8	1160
Vitesse des ondes transversales c_T ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	3100	1356
Épaisseur L (mm)	5	0,5

3 Courbes de dispersion

Un modèle unidimensionnel, aussi appelé SAFE (Semi Analytical Finite Element method) [13], permet de tracer les courbes de dispersion de la tri-couche étudiée, sans rugosité. Ce modèle décrit une équation linéaire aux dérivées partielles. L'équation linéaire représente l'équation du mouvement des ondes et est résolue numériquement par un problème aux valeurs propres. La méthode consiste à représenter la structure par sa coupe transversale droite selon sa section. La méthode SAFE est une méthode alternative aux méthodes théoriques pour obtenir les solutions modales des structures complexes comme les structures tri-couches. Pour une fréquence donnée, on obtient un ensemble de valeurs propres correspondant aux nombres d'onde des modes SH. Sur la figure 1 sont superposées les courbes de dispersion théoriques (obtenues par minimisation du déterminant du système issu des conditions aux frontières dans l'hypothèse d'adhésion parfaite) de la structure Aluminium-Araldite-Aluminium (en rouge) et le nuage de points correspondant aux valeurs propres obtenues avec le logiciel par éléments finis Comsol. Nous constatons une très bonne concordance entre les deux méthodes de résolution.

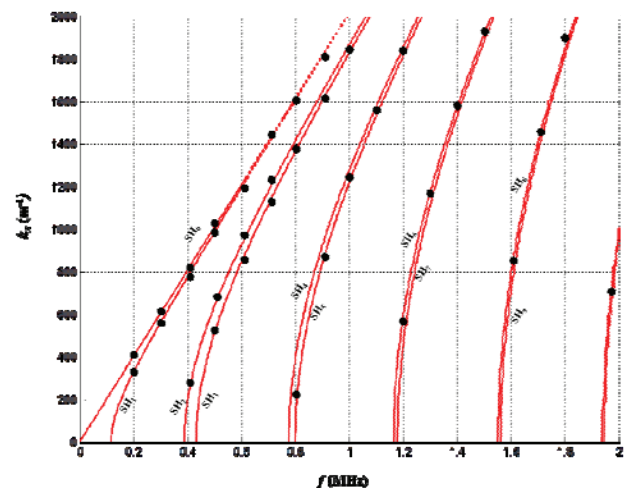


Figure 1 - Superposition des courbes de dispersion de la structure tri-couche (en rouge) et du nuage de points du modèle 1D (•). $L(\text{Aluminium})=4$ mm, $L(\text{Araldite})=0.5$ mm.

4 Accord de phase entre les modes incident et converti

Que la rugosité soit périodique ou non, des phénomènes de couplage entre les modes guidés apparaissent. Lorsqu'un

mode guidé créé par couplage se propage dans le même sens que le ou les mode(s) source(s), le couplage est co-directionnel ; à l'inverse, il est dit contra-directionnel [14]. Ces mécanismes de transfert d'énergie entre modes sont assujettis à une condition d'accord de phase liant les longueurs d'ondes d'un ou de deux modes guidés à la périodicité spatiale de la rugosité. Cette condition appelée relation de phonon [8, 9] s'écrit :

$$k_{xi} \pm k_{xr} - \frac{2n\pi}{\Lambda} = 0; \quad (1)$$

où n est un entier non nul auquel est associé un harmonique de la rugosité de périodicité spatiale Λ , k_{xi} le nombre d'onde du mode incident et où le signe devant le nombre d'onde k_{xr} du mode converti indique le sens de propagation du mode (le signe + traduit un couplage contradirectionnel et le signe - un couplage codirectionnel). Quand elle est satisfaite, cette relation, qui dépend de la fréquence, assure un couplage maximal entre le mode incident et le mode converti, quelle que soit la longueur de rugosité. La fréquence à laquelle la relation de phonon est satisfaite est appelée fréquence phonon.

4.1 Courbes de phonon

L'objectif est ici de générer des modes SH de phonon dans une structure tri-couche Aluminium-Araldite-Aluminium, à interfaces rugueuses. L'intersection entre les courbes de phonon à savoir la grandeur suivante :

$$g(f) = 2\pi / \Lambda - k_{xg}, \quad (2)$$

exprimée comme fonction de la fréquence f et les courbes de dispersion représente un accord de phase. A la figure 2 sont illustrées les notions de fréquence et de courbes de phonon : les courbes de dispersion sont en rouge et les courbes de phonon en bleu. Les modes des courbes de dispersion sont considérés comme des modes incidents. Sur cette figure, on peut observer plusieurs modes SH en relation, donc plusieurs fréquences de phonon. Par exemple, le mode SH_0 (incident, en rouge) est en relation de phonon avec le mode SH_2 (mode rétro-converti, en bleu), la fréquence de phonon étant autour de 480 kHz. De même le mode SH_2 (incident) est en relation de phonon avec le mode SH_4 (mode rétro-converti), la fréquence de phonon étant voisine de 670 kHz.

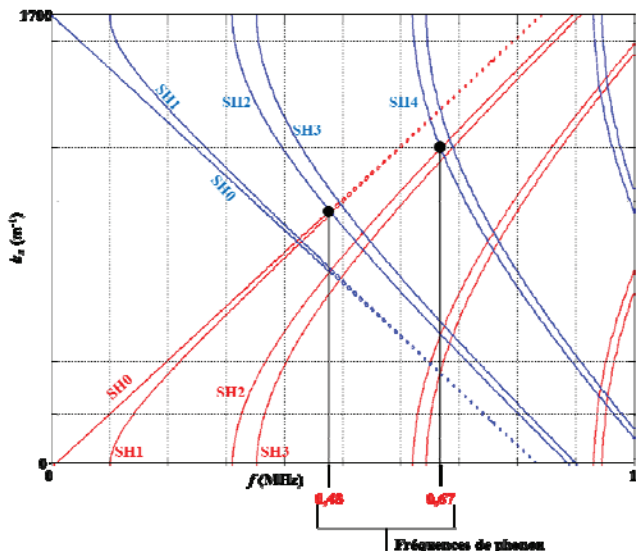


Figure 2 – Courbes de dispersion (en rouge), courbes de phonon (en bleu).

4.2 Etude numérique : mode incident SH_0 en relation de phonon avec le mode SH_2 rétro-converti

L'étude numérique par éléments finis menée ici constitue un modèle prédictif des résultats expérimentaux. Le modèle consiste à représenter le plan de la section de la structure tri-couche considérée (plan (Oxz)), et cherche à déterminer le déplacement d'une onde SH orthogonale à ce plan, selon l'axe (Oy) . Une coupe transversale de la structure est présentée à la figure 3.

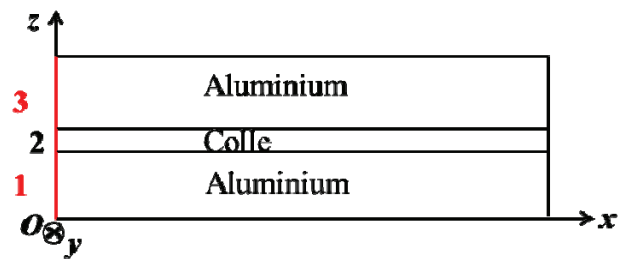


Figure 3 - Coupe transversale de la structure tri-couche : sous-domaines 1, 2 et 3 où est appliqué le champ de déplacement.

Le modèle est résolu en régime temporel pour une meilleure comparaison à l'expérience. On pourra ainsi appliquer le même traitement de signal au modèle par éléments finis et aux résultats expérimentaux. Pour générer un mode donné, le champ de déplacement obtenu dans le modèle 1D est appliqué sur la section gauche de la structure tri-couche du modèle 2D. Il faut prendre un nombre de mailles suffisant par longueur d'onde, pour respecter la condition de Shannon. Selon le cas, nous avons toujours pris entre 10 et 20 mailles par longueur d'onde, ce qui est un bon compromis entre un bon échantillonnage spatial et un temps de résolution correct. Pour générer un mode donné, son déplacement U_y est multiplié par un signal harmonique de n périodes et appliqué sur la section gauche de la structure tri-couche. La fonction temporelle décrivant le signal appliqué est donnée par :

$$f(t) = \sin(\omega t) \text{ pour } t < nT \quad (3)$$

où $\omega = 2\pi f$ (f étant la fréquence d'excitation) et nT (T étant la période du signal) représentent respectivement la pulsation et la durée de l'excitation. La longueur selon l'axe (Ox) correspond à la distance de 117 mm explorée expérimentalement. Le champ de déplacement du mode SH_0 à fréquence donnée, obtenu à partir du modèle SAFE, est appliqué dans toute la section $x=0$, afin d'assurer l'excitation d'un seul mode. La fréquence centrale d'excitation est de 480 kHz. Le modèle est résolu en régime transitoire de durée 45 μs ce qui est suffisant pour que le mode incident atteigne le bout de la structure. Les déplacements normaux fonction du temps sur l'interface libre supérieure sont extraits de la solution obtenue par éléments finis, tous les 0,1 mm et stockés dans une matrice temps-position. La représentation spatio-temporelle du signal obtenu est présentée à la figure 4. La longueur des zones lisses avant et après le réseau périodique est de 40 mm, la longueur de la zone rugueuse est de 37 mm.

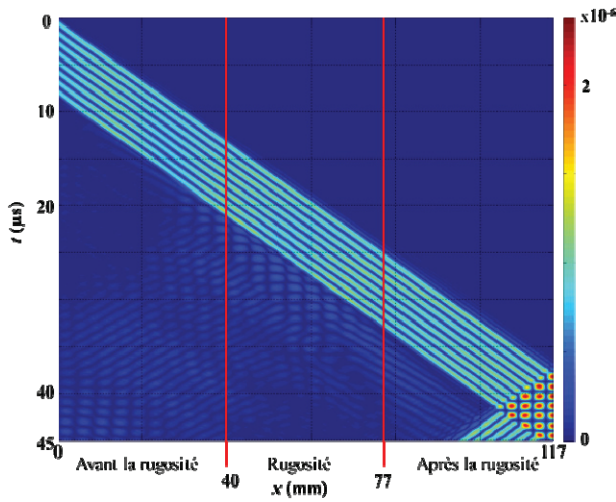


Figure 4 - Représentation spatio-temporelle des déplacements en surface (simulation numérique).

Une double FFT (spatiale et temporelle) du signal incident (avant la rugosité) est calculée sur une distance de 27 mm afin d'éviter la proximité de la zone rugueuse et ainsi s'affranchir d'éventuels effets transitoires liés au changement des propriétés du milieu de propagation. La FFT temporelle est calculée sur 32768 points donnant un pas fréquentiel de $\Delta f = 878,9$ Hz. La FFT spatiale est calculée sur 16384 points donnant un pas de nombre d'onde de $\Delta k = 3,835$ m⁻¹. Le même calcul est appliqué au signal après la rugosité. Le résultat du calcul de la FFT 2D est présenté à la figure 5, le mode SH₀ généré est identifié et centré autour de la fréquence 480 kHz. Le mode rétro-converti SH₂ identifié à la même fréquence (480 kHz, fréquence de phonon) sur la figure 6 est obtenu pour des valeurs négatives du nombre d'onde k_x. Il est possible de montrer par le calcul (tableau 2), que les modes SH₀ et SH₂ vérifient la relation de phonon [équation (1)]. La figure 7 représente la double FFT du signal transmis (après la rugosité), le mode SH₀ transmis est toujours centré autour de la fréquence 480 kHz.

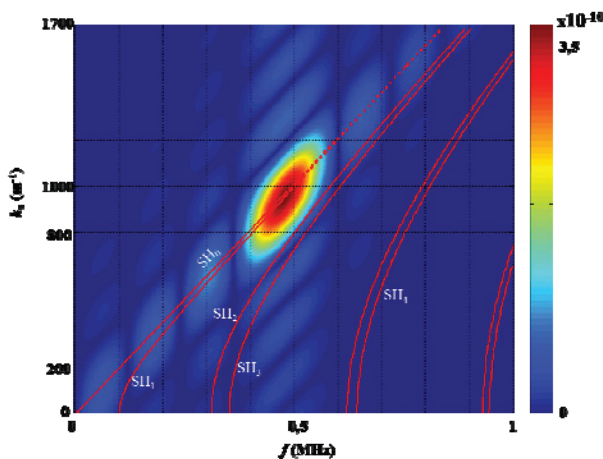


Figure 5 : Double FFT du signal incident (avant la rugosité), mode incident SH₀ généré, courbes de dispersion de la structure tri-couche en rouge.

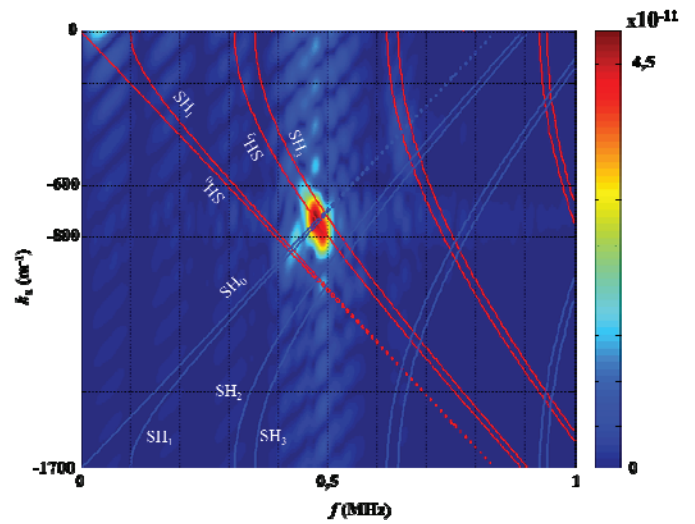


Figure 6 - Double FFT du signal réfléchi par la rugosité (avant la rugosité), mode de phonon rétro-converti SH₂, courbes de dispersion de la structure tri-couche (en rouge) et courbes de phonon (en bleu).

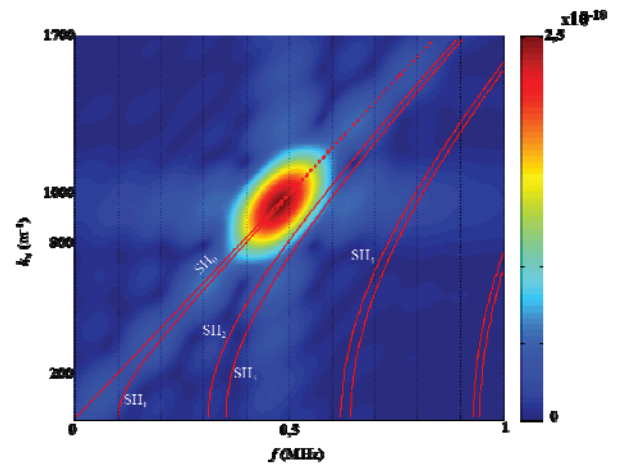


Figure 7 - Double FFT du signal transmis (après la rugosité), mode SH₀ transmis, courbes de dispersion de la structure tri-couche en rouge.

Tableau 2 - Relation de phonon entre les modes SH₀ et SH₂.

	Mode incident k _x SH ₀ (m ⁻¹)	Mode de phonon k _x SH ₂ (m ⁻¹)	Période spatiale de rugosité 2π/Λ (m ⁻¹)	Erreur relative par rapport à 2π/Λ
Résultats obtenus par simulation par éléments finis	940	750	1700	0,5 %
Résultats expérimentaux	945	740	1700	0,88 %

4.3 Evolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence

L'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence met en évidence les effets de la rugosité sur la propagation du mode SH incident. On le définit ici, comme le rapport entre l'amplitude maximale de la double FFT du signal transmis (figure 7) et l'amplitude maximale de la double FFT du signal incident (figure 5), à une fréquence donnée. Cette définition associée au mode incident ou transmis une amplitude maximale moyennée sur toute la zone d'incidence ou la zone de transmission. Ceci permet, notamment lors des études expérimentales, de minimiser les effets des irrégularités éventuelles de la surface explorée par le laser. Les amplitudes maximales des doubles FFT sont obtenues en effectuant des coupes à différentes fréquences centrées sur la fréquence de phonon dans le plan (k_x, f) . Le pas en fréquence pour réaliser les coupes est de 5 kHz, supérieur à la résolution de la FFT temporelle ($\Delta f = 879$ Hz). L'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence est tracée en bleu sur la figure 8 autour de la fréquence de phonon 480 kHz.

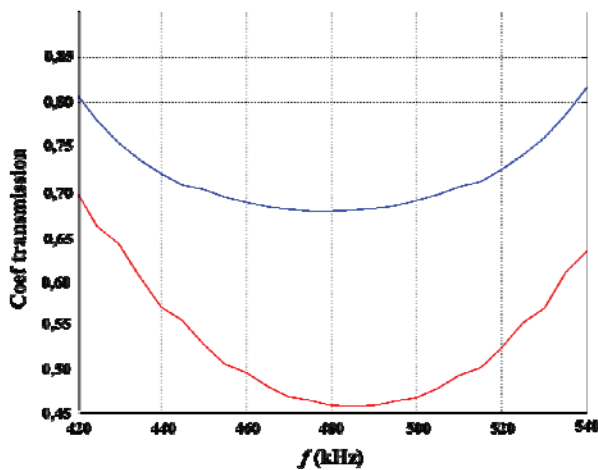


Figure 8 - Evolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence : simulation numérique en bleu, résultat expérimental en rouge.

On constate que le coefficient de transmission en amplitude passe par un minimum à la fréquence de phonon. Ceci peut s'expliquer par le fait que la rugosité en diffractant le champ incident, les réflexions issues de cette diffraction se construisent en phase à la fréquence de phonon, générant ainsi un mode ici rétro-converti. Ce mode véhicule une énergie plus importante que lorsque ces réflexions ne se construisent pas en phase, en dehors de la fréquence de phonon. Le champ incident est donc moins bien transmis à la fréquence de phonon. Ce résultat (passage par un minimum à la fréquence de phonon) est confronté dans la suite à une étude expérimentale.

4.4 Résultats expérimentaux

Le dispositif expérimental est présenté à la figure 9.

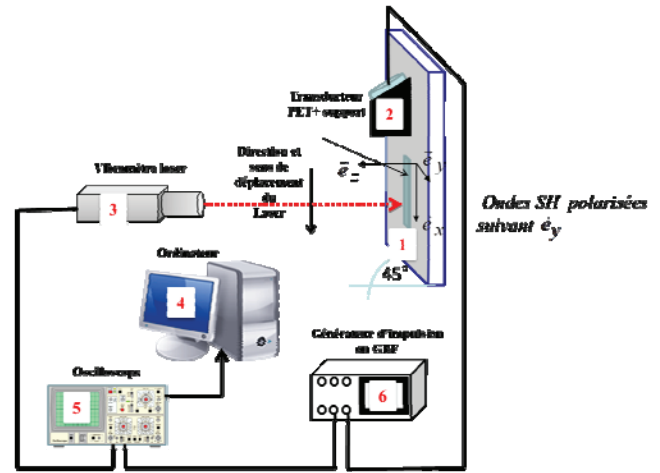


Figure 9 - Schéma du dispositif expérimental.

Les paramètres physiques et géométriques de l'échantillon étudié sont les mêmes que dans l'étude par éléments finis. L'excitation est produite par un transducteur à ondes transversales Valpey Fisher de fréquence centrale 500 kHz. Le transducteur est incliné de 25° par rapport à la normale à la surface de la plaque grâce à un sabot en plexiglas. Le couplage entre le sabot et la plaque est assuré par un gel à ondes transversales. La mesure des déplacements à la surface de la plaque est assurée par un vibromètre laser de type Polytec OFV-5000 (sensibilité de $20 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$). Puisque la polarisation du déplacement des ondes SH est dans le plan de la surface de la structure, la meilleure disposition pour avoir un bon niveau d'amplitude en réception est de placer un papier rugueux rétrodiffusant sur la zone à explorer et que l'angle entre l'échantillon et le faisceau laser soit de 45° [15]. Grâce à cette configuration, une partie du faisceau laser se retrouve ainsi rétrodiffusée vers la focale du vibromètre, permettant ainsi de récupérer une proportion de la projection du déplacement de l'onde SH. Cette mesure est effectuée en divers points régulièrement espacés sur la longueur de la plaque, afin de suivre la propagation des différentes ondes dans cette direction.

Le processus de stockage des données expérimentales et de traitement des signaux reste le même que pour les résultats de simulation numérique. L'acquisition des signaux se fait sur une distance totale de 150 mm, par pas de 0,1 mm. En chaque position, l'acquisition du signal se fait sur une durée de 200 μs correspondant à 20001 échantillons temporels. La taille de la matrice « temps-position » ainsi construite est donc de 20001 lignes et 1501 colonnes. Les longueurs des zones explorées avant et après la rugosité sont respectivement de 50 mm et 63 mm, la longueur de rugosité étant de 37 mm. L'expérience est réalisée avec une excitation quasi-harmonique de 3 cycles à la fréquence 480 kHz afin d'avoir un spectre large autour de la fréquence centrale du burst. L'amplitude de déplacement transversal à différentes positions sur la plaque en fonction du temps est présentée sur la figure 10.

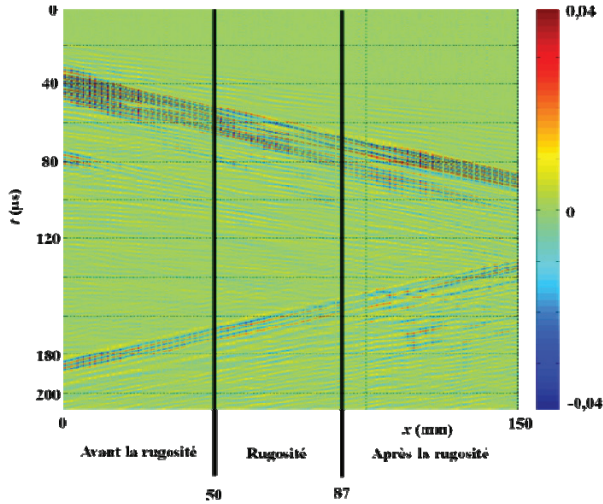


Figure 10 - Représentation spatio-temporelle des déplacements sur la surface de la structure tri-couche.

Pour identifier et séparer le ou les modes SH générés dans la structure tri-couche, le procédé de double FFT est appliqué aux signaux incident et transmis. La FFT temporelle est alors effectuée sur un nombre $N_t=2^{15}=32768$ points donnant un pas fréquentiel $\Delta f=879$ Hz. La FFT spatiale est réalisée sur un nombre $N_x=2^{14}=16384$ de points, donnant un pas en nombre d'onde $\Delta k=3,835$ m^{-1} . La double FFT du signal incident (avant la rugosité) est représentée sur la figure 11, le mode SH_0 est bien identifié et centré autour de 480 kHz. La double FFT des signaux dans la zone avant la rugosité permet d'identifier pour des valeurs négatives de k_x (nombre d'onde suivant x) le mode rétro-converti SH_2 à la fréquence 480 kHz (figure 12), comme prévu par les simulations numériques. Le tableau 2 montre que les modes SH_0 et SH_2 vérifient la relation de phonon. La double FFT du signal transmis est représentée sur la figure 13.

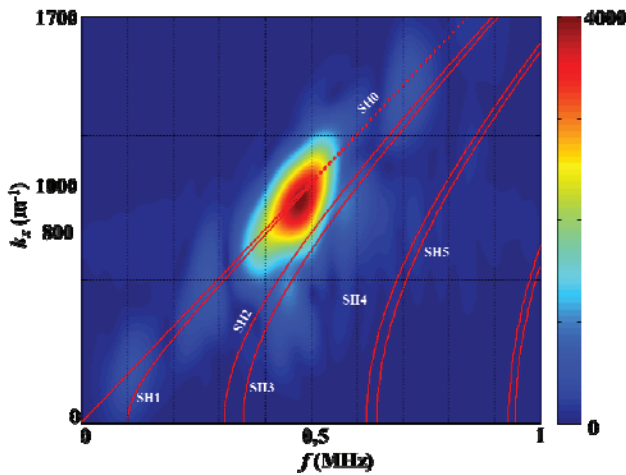


Figure 11 - Double FFT du signal incident (avant la rugosité), mode incident SH_0 généré, courbes de dispersion de la structure tri-couche en rouge.

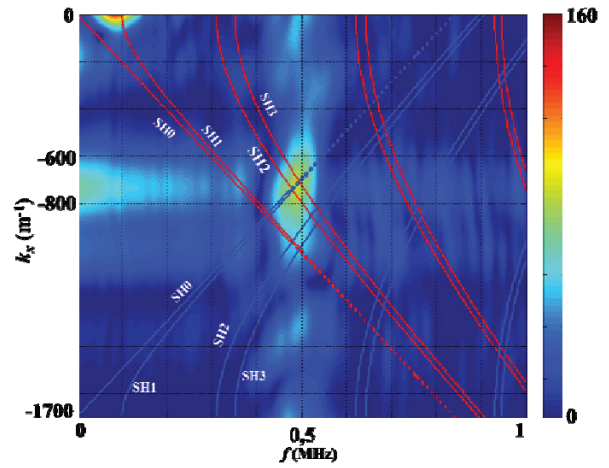


Figure 12 - Double FFT du signal réfléchi (avant la rugosité), mode de phonon SH_2 , courbes de dispersion de la structure tri-couche en rouge.

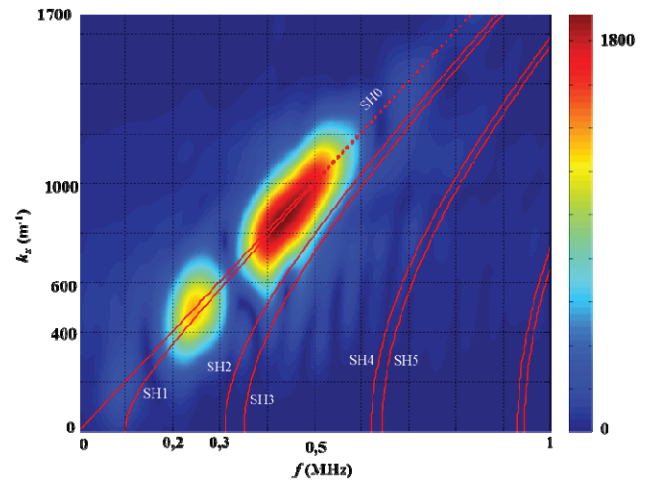


Figure 13 - Double FFT du signal transmis (après la rugosité), courbes de dispersion de la structure tri-couche en rouge.

L'évolution du coefficient de transmission expérimental en amplitude en fonction de la fréquence est tracée en rouge sur la figure 8. On constate que l'évolution du coefficient de transmission en amplitude obtenue par la simulation numérique suit la même tendance que celle de l'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence dans l'étude expérimentale. Néanmoins, les valeurs des coefficients de transmission obtenues expérimentalement sont plus faibles que celles obtenues par simulations numériques. Ceci peut s'expliquer par l'ouverture géométrique du faisceau au cours de la propagation de l'onde qui fait que l'amplitude mesurée dans la direction de propagation diminue avec la distance, et donc le signal transmis est plus affecté que le signal incident, d'où des rapports plus faibles qu'en simulations qui, elles ne tiennent pas compte de cet aspect. En plus, expérimentalement, on ne mesure pas les déplacements à la surface comme en simulation, mais plutôt une partie de la composante à 45° de ce déplacement. Néanmoins, c'est le phénomène physique d'intérêt, le passage par un minimum du coefficient de transmission à la fréquence de phonon, qui est bien mis en évidence expérimentalement.

5 Conclusion

Les courbes de dispersion des modes SH dans une tri-couche Aluminium/Araldite/Aluminium ont été déterminées en utilisant la méthode SAFE. Un modèle numérique prédictif est développé au moyen d'une simulation par éléments finis en régime transitoire et la propagation des modes SH est obtenue dans la structure tri-couche à interface rugueuse composée d'une distribution régulière et périodique de rainures triangulaires. L'analyse des représentations temps-position du signal incident (avant la rugosité) et transmis (après la rugosité) conduit à la détection d'un mode de phonon et permet ensuite d'étudier l'évolution du coefficient de transmission en amplitude en fonction de la fréquence. Les courbes numériques et expérimentales des coefficients de transmission autour d'une fréquence phonon suivent la même évolution et passent par un minimum à la fréquence phonon.

Remerciements

Ce travail a été soutenu par l'ANR ISABEAU (projet ANR 12-BS-09-0022-01). Les auteurs tiennent à remercier Camille Gauthier pour la réalisation des échantillons.

Références

- [1] C. C. H. Guyott, P. Cawley, R. D. Adams, The non-destructive testing of adhesively bonded structure: a review, *Journal of Adhesion* **20**, 129–59 (1986).
- [2] P. B. Nagy, L. Adler, Nondestructive evaluation of adhesive joints by guided waves, *Journal of Applied Physics* **66(10)**, 4658–63 (1989).
- [3] M. Lowe, P. Cawley, The applicability of plate wave techniques for the inspection of adhesive and diffusion bonded joints, *Journal of Nondestructive Evaluation* **13**, 185–200 (1994).
- [4] O. I. Lobkis, D. E. Chimenti, Elastic guided waves in plates with surface roughness I Model calculation, *Journal of the Acoustical Society of America* **102**, 143–149 (1997).
- [5] O. I. Lobkis, D. E. Chimenti, Elastic guided waves in plates with surface roughness II experiments, *Journal of the Acoustical Society of America* **102**, 150–159 (1997).
- [6] S. Banerjee, T. Kundu, Elastic wave propagation in sinusoidally corrugated waveguides, *Journal of the Acoustical Society of America* **119**, 2006–2017 (2006).
- [7] C. Potel, D. Leduc, B. Morvan, C. Depollier, A.-C. Hladky-Hennion, J.-L. Izbicki, P. Pareige, M. Bruneau, Lamb wave attenuation in a rough plate. I. Analytical and experimental results in an anisotropic plate, *Journal of Applied Physics* **104(7)**, 074908-10 (2008).
- [8] C. Potel, D. Leduc, B. Morvan, C. Depollier, A.-C. Hladky-Hennion, J.-L. Izbicki, P. Pareige, M. Bruneau, Lamb wave attenuation in a rough plate. II. Analytical and numerical results in a fluid plate, *Journal of Applied Physics* **104(7)**, 074909-6 (2008).
- [9] D. Leduc, B. Morvan, A.-C. Hladky-Hennion, J.-L. Izbicki, Interaction of Lamb waves with a grating composed of two spatial periodicities: study in dual space, *NDT&E International* **42(6)**, 513-517 (2009).
- [10] B. W. Drinkwater, P. Cawley, Measurement of the frequency dependence of the ultrasonic reflection coefficient from thin interface layers and partially contacting interfaces, *Ultrasonics* **35**, 479–488 (1997).
- [11] F. Lanza di Scalea, P. Rizzo, Propagation of ultrasonic guided waves in lap-shear adhesive joints: case of incident A0 Lamb wave, *Journal of the Acoustical Society of America* **115**, 146–157 (2004).
- [12] C. Potel, M. Bruneau, L. Foze Ndjomo, D. Leduc, M. Ech Cherif El Kettani, J.-L. Izbicki, Shear horizontal acoustic waves propagating along two isotropic solid plates bonded with a non-dissipative adhesive layer: effects of the rough interfaces, *Journal of Applied Physics* **118(22)** 224904 (2015).
- [13] M. V. Predoi, M. Ech Cherif El Kettani, D. Leduc, P. Pareige, K. Coné, Use of shear horizontal waves to distinguish adhesive thickness variation from reduction in bonding strength, *Journal of the Acoustical Society of America* **138(2)**, 1206-1213 (2015).
- [14] S. R. Seshadri, Coupling of guided modes in thin films with surface corrugation, *Journal of Applied Physics* **63(10)**, 115-146 (1988).
- [15] B. Le Crom, M. Castaings, Shear horizontal guided wave modes to infer the shear stiffness, *Journal of the Acoustical Society of America* **127**, 2220–2230 (2010).